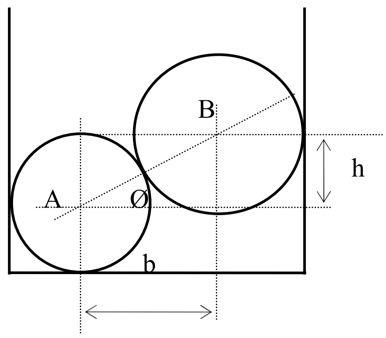
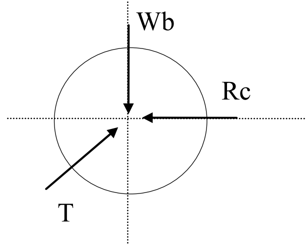
EJERCICIOS DE INTERACCION DE CUERPOS:



Los cilindros A y B tienen longitud unitaria y sus pesos son Wa y Wb respectivamente. Se deben determinar las reacciones en los puntos de contacto con las paredes en función de los datos consignados

Analizaremos primero el equilibrio en cada uno de los cuerpos por separado

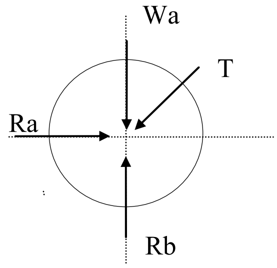


EL EQUILIBRIO EN B

por sumatoria de proyecciones:
$\Sigma Fx = T \cos Ø - Rc = 0$ < 1 >
$\Sigma Fy = T \text{ sen } Ø - Wb = 0$ < 2 >

de la < 2 > obtenemos **T = Wb / sen Ø**

de la < 1 > Rc = T cos Ø → **Rc = Wb / tg Ø**



EL EQUILIBRIO EN A

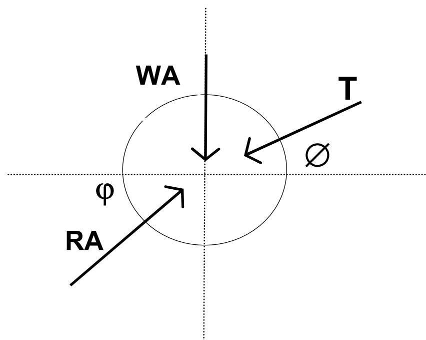
$\Sigma Fx = Ra - T \cos Ø = 0$ < 1 >
$\Sigma Fy = Rb - Wa - T \text{ sen } Ø = 0$ < 2 >

De la < 2 > Rb = Wa + T sen Ø y ya que T = Wb / sen Ø

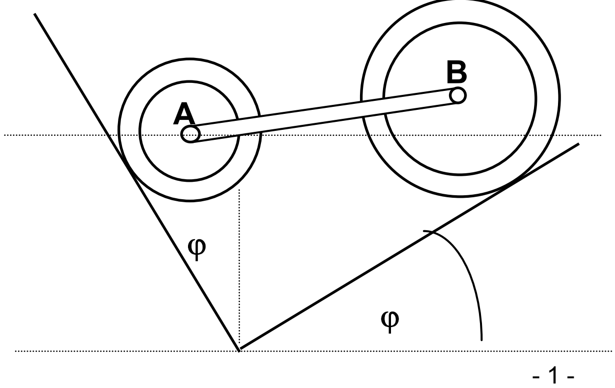
Rb = Wa + Wb

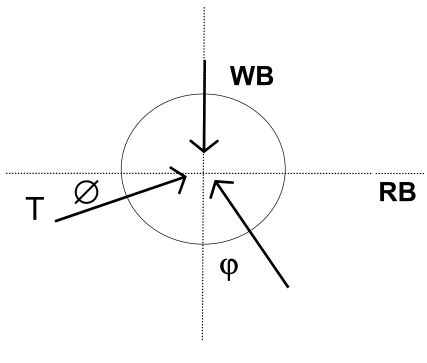
De la < 1 > resulta Ra = T cos Ø y por lo mismo **Ra = Wb / tg Ø**

Puede advertirse que el valor de la reacción en B es de determinación inmediata, pués no existe otra fuerza vertical que pueda equilibrar a los pesos de los cilindros. A su vez, determinado este valor surge también evidente que las reacciones Ra y Rc deben formar una cupla cuyo momento será igual a **Wb b** *. Todo ello podría haberse advertido de haber realizado previamente el DCL del sistema en su conjunto y analizar el equilibrio del mismo.*



Dos cilindros vinculados como se aprecia en la figura se apoyan sobre paredes perpendiculares entre sí,. Se pide hallar la vinculación entre el ángulo Ø de roptación de las paredes con el que forma la barra AB con la horizontal suponiendo conocidos los pesos WA y WB de ambos cilindros.





El equilibrio del punto A exige que: $\Sigma Fx=0$ y $\Sigma Fy=0$

RA cos φ - T cos Ø = 0 (1)

WA + T sen Ø - RA . sen φ = 0 (2)

El equilibrio del punto B:

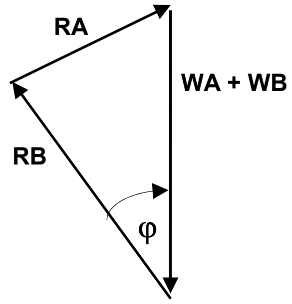
T cos Ø - RB sen φ = 0 (3)

WB - T sen Ø - RB cos φ = 0 (4)

Sumando miembro a miembro las expresiones (1) y (3)
e igualmente la (3) y la (4), se tienen:

RA cos φ + RB sen φ = 0

RA sen φ + RB cos φ = WA + WB



Resolviendo este sistema de ecuaciones en RA y RB se llega a que:

RA= (WA + WB) . sen φ

RB= (WA + WB) . cos φ

Retomando las ecuaciones (1) y (2) tenemos que

T cos Ø = RA cos φ = (WA + WB) . sen φ . cos φ

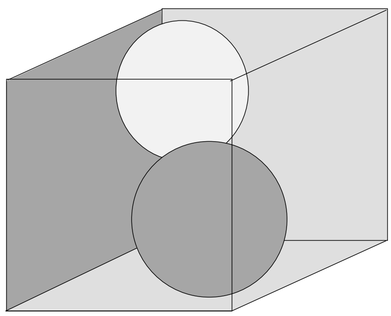
T sen Ø = RA sen φ - WA = (WA + WB) . sen^2 φ - WA
del cociente entre ambas expresiones se puede obtener:

$$tg\,\varnothing = tg\,\varphi - \frac{WA}{(WA + WB)\,.\,sen\,\varphi\,.\,cos\,\varphi}$$

Que es la expresión que gobierna la configuración de equilibrio para el problema.

EJERCICIO DE INTERACCION DE CUERPOS EN EL ESPACIO

El cubo de la figura tiene 1,20 m. de lado y dentro de él se han dispuesto dos esferas del modo que se indica. La esfera superior e inferior tienen respectivamente 60 cm y 1 m. de diámetro. Suponiendo que la esfera superior tiene una densidad de 0.7 kg./ dm^3, y sin considerar el peso de la inferior se pide hallar las magnitudes de las fuerzas de contacto entre ambas esferas y entre ellas y las paredes del recipiente. Se supone que todas las superficies son perfectamente lisas y por lo tanto no existe rozamiento entre ellas.

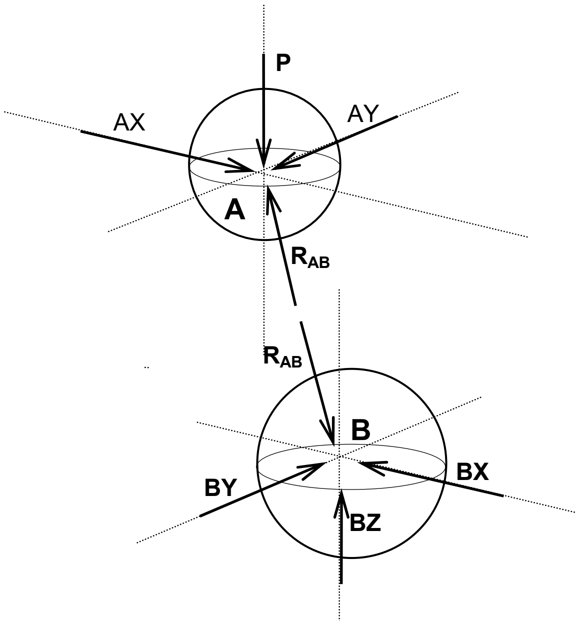


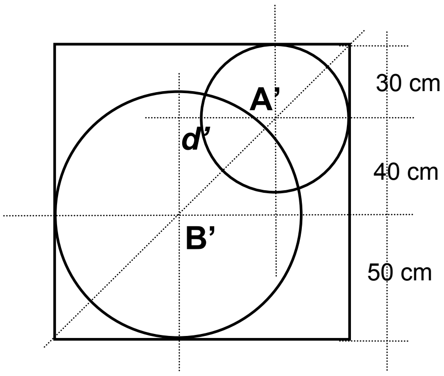
El problema presenta en principio tres etapas bien definidas: Primero se debe determinar la magnitud de la carga activa y su línea de acción, en segundo lugar corresponde determinar las direcciones y los puntos de aplicación de las fuerzas interactuantes. Los datos obtenidos permitirán plantear , finalmente, las ecuaciones necesarias para la obtención de los valores solicitados.

El volumen de la esfera es 4/3 . π. r^3, tomando el radio en dm, el peso de la esfera es
P = 4/3 . π. 6^3 . 0, 7 = 633 kg.

Veamos el DCL de las esferas. Llamaremos A a la esfera superior y B a la inferior.

AX, AY, BX, BY y BZ son las reacciones que sobre cada una de ellas se desarrollan en sus correspondientes contactos con las paredes del recipiente, en tanto R_{AB} es la acción que desarrollan entre si ambas esferas.
Precisamente la dirección de esta última es el siguiente dato a determinar.
La separación entre los centros de las esferas, A y B, es de 0.8 m. , es decir la suma de ambos radios. la inclinación de AB respecto de las caras laterales del cubo, puede verse de la figura, es de 45°, pero su inclinación respecto de la cara horizontal es una incógnita. En la figura inferior puede verse una vista en planta, donde A' y B" son las proyecciones de los centros de ambas esferas sobre el plano horizontal. Si llamamos ***d'*** a la distancia entre A y B proyectada sobre el plano horizontal , vemos que
d' cos 45° = 40 cm , de donde ***d'*** = 56,57 cm





Finalmente , si tenemos en cuenta que la distancia entre A y B es de
80 cm, podemos escribir que
80 cm cos Ø = 56,57 cm → cos Ø = 0.7071

con lo cual el ángulo Ø resulta ser de 45°

Teniendo definida la geometría del sistema de fuerzas que actúa sobre cada una de las esferas podemos resolver el problema planteando las correspondientes ecuaciones de equilibrio

El equilibrio de la esfera superior exige que

$\sum$ **Fy = 0** → R_{AB} . cos 45° - P = 0 → **R_{AB} = 633 kg. / 0.7071 = 895,21 kg.**

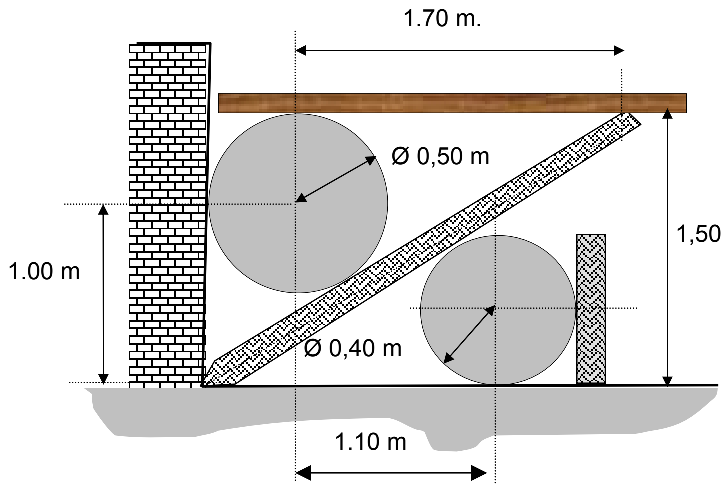
$\sum$ **Fx = 0** → R_{AB} cos ^{2} 45° - AX = 0 → **AX = 447,47 kg.**

$\sum$ **Fz = 0** → R_{AB} cos ^{2} 45° - AZ = 0 → **AZ = 447,47 kg.**

La resolución del equilibrio de la esfera inferior es inmediato y no exige ningún cálculo adicional ya que las tres reacciones, BX, BY y BZ, están determinadas por las fuerzas ya calculadas, de manera que puede escribirse que:

BX = BZ = 447,47 kg.
BY = 633 kg.

En una obra se improvisa una plataforma de trabajo, cuyo esquema se indica en la figura, trabando puntales de madera entre dos tambores de distinto diámetro. Se desea determinar el empuje horizontal que se ejerce tanto sobre el muro de mampostería como sobre el apuntalamiento vertical suponiendo que sobre el sistema que se ilustra actúa una carga vertical de la plataforma de 180 Kg. en la mitad del tramo apoyado y que el peso del tambor superior es de 60 Kg.



La figura de la derecha es un esquema simplificado a efectos de determinar las dimensiones necesarias para el cálculo. Un cálculo más preciso necesitaría tener en cuenta el espesor del puntal inclinado, pero en casos como el presente ello no es necesario.