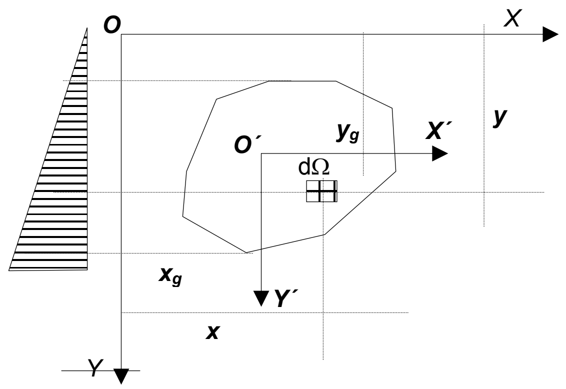
ANALOGÍA HIDROSTATICA

La figura muestra una compuerta sumergida cuyo baricentro en O´ esta ubicado según coordenadas $\boldsymbol{x_g}$ e $\boldsymbol{y_g}$ respecto del centro de coordenadas **O**. El pelo de agua coincide con el eje *X* . Se pide determinar las coordenadas del punto de aplicación de la resultante de las fuerzas que se ejercen sobre la compuerta; además: determinar las componentes del sistema fuerza-par equivalente tomando como centro de reducción al baricentro de la sección de la compuerta.



La fuerza elemental por unidad de superficie a la profundidad **y** es $dP = \gamma.\boldsymbol{y}.d\Omega$
De manera que $P= \int\gamma.\boldsymbol{y}.d\Omega = \gamma \int \boldsymbol{y}.\ d\Omega$

Teniendo en cuenta que $\int \boldsymbol{y\ d\Omega} = \boldsymbol{y_g}.\ \Omega = S_{ox,}$ podemos escribir que

$P = \gamma.\ S_{ox,}$ o bien que $P = \gamma\ .\ \Omega.\ \boldsymbol{y_g}$

1. **Determinación de las coordenadas del punto de aplicación de la fuerza P:**

Utilizaremos las expresiones conocidas:

$Y_P = M^P{}_X\ / P$; y $X_P = M^P{}_X / P$
De manera que
$Y_P = \int Y.\ dP /P = \gamma.\ \int Y^2.\ d\Omega / P = \gamma.\ I_X / P$
Y dado que $P = S_{OX}$ tenemos que $\boldsymbol{Y_P = I_X\ / S_{OX}}$
Asimismo:
$X_P = \int X\ dP / P = \gamma. \int X.Y.\ d\Omega /P = \gamma.\ I_{XY} / P \rightarrow \boldsymbol{X_P = I_{XY} / S_{OX}}$

2. **Determinación de las componentes del sistema fuerza- par equivalente actuando sobre O'.**

La fuerza resultante, ya calculada, es $\boldsymbol{P = \gamma.\ S_{OX}}$
El momento con respecto al eje baricéntrico x' será

$dM_{x'} = dP\ y' = dP\ (y - y_g) = \gamma\ y\ d\Omega\ (y - y_g)$

$M_{x'} = X_P = \gamma \int y^2\ d\Omega - \gamma\ y_g \int y\ d\Omega$; y recordando que $\int y\ d\Omega = y_g\,\Omega$

Queda $M_X = \gamma\ (\ I_x - y_g^2\ \Omega)$ Aplicando Steiner resulta $I_x - y_g^2\ \Omega = I\ x'$

Y finalmente **$Mx' = \gamma . Ix'$**

De la misma manera, tomando el eje baricéntrico y'

$dMy' = dP\ x' = dP\ (x - x_g) = \gamma\ y\ d\Omega\ (x - x_g)$

$My' = \gamma \int y\ x\ d\Omega - \gamma\ x_g \int y\ d\Omega$; y como $\int y\ d\Omega = y_g\,\Omega$

Queda $M_X = \gamma\ (Ixy - x_g\ y_g\ \Omega)$ otra vez por Steiner $Ixy - x_g\ y_g\ \Omega = Ix'y'$

De manera que **$My' = \gamma . Ix'y'$**