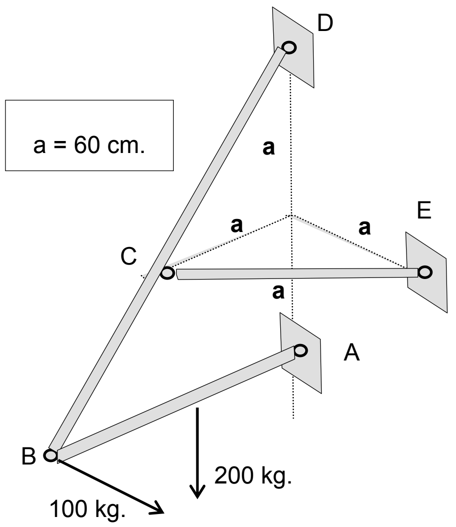
ESTRUCTURAS ESPACIALES COMPUESTAS (ENTRAMADOS):

1.- Para la estructura de la figura se pide determinar la reacción en D. Se supone que todas las conexiones son rótulas.

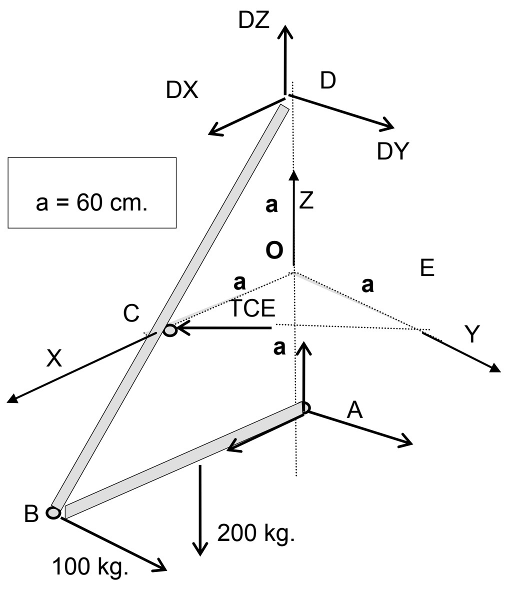


ANALISIS DE LA ESTRUCTURA:

El primer paso para encarar el problema es verificar si el sistema mecánico es isostático tanto interna como externamente. En caso de resultar hipostático será preciso estudiar la compatibilidad del sistema de cargas con las restricciones impuestas por los vínculos. Si esto se comprueba el problema resulta ser *determinado* desde el punto de vista estático, es decir que se verifica el equilibrio del sistema de fuerzas externas del conjunto como así también el equilibrio individual de cada una de sus piezas. Desde el punto de vista estructural, el sistema de la figura puede interpretarse como un arco ABD, vinculado a tierra por dos articulaciones esféricas en A y en D, y por una biela CE. Puede observarse que los puntos B y C están fijos en el espacio. Por lo cual podría suponerse que toda la estructura está perfectamente inmovilizada y que por lo tanto es isostática

Sin embargo al hacer el análisis numérico tenemos:
Dos piezas vinculadas por una articulación esférica importan nueve grados de libertad. Dos rótulas y una biela restringen 7 grados de libertad, por lo cual el sistema en conjunto queda con 2 grados de libertad y sería entonces hipostático de segundo grado. Estos dos grados de libertad representan la posibilidad de que cada una de las barras, la AB y la BD, experimenten un giro sobre sus propios ejes. Como puede advertirse a simple vista, el equilibrio del sistema exterior de cargas no depende de ese tipo de desplazamiento y por lo tanto el sistema es determinado. Queda no obstante planteada la cuestión de si la estructura puede ser considerada hipostática o si existe algún punto de vista desde el cual podamos afirmar su isostaticidad.

RESOLUCION



Observando el DCL a la izquierda, planteamos la solución del problema como sigue:

Si tomamos momento con respecto al eje Z, que pasa por A y D, se pone de manifiesto sólo la tensión TCE, que podemos calcular de inmediato

MOZ = 100 kg. 2. 60 cm - TCE . 60 cm. Sen 45° = 0

(U*tilizamos la llamada regla de la mano derecha para establecer el signo de los momentos)*

TCE = 12000 kg. cm. / (60 cm. Sen 45°)

TCE = 282,84 kg.

Para calcular las componentes de la reacción en D podemos elegir el siguiente camino:

Planteamos una ecuación de equilibrio de momentos con respecto a un eje paralelo al OX que pasa por el punto A. Lo llamaremos MAX:

MAX = TCE. 60 cm. COS 45° - DY . 2. 60 cm. = 0

DY = 12000 kg. cm. / 120 cm. = 100 kg.

Si ahora planteamos una ecuación similar con respecto a otro eje que pasa por A pero orientado hacia el sentido y:

MAY = 200 kg. 60 cm + TCE . COS 45°. 60 cm. + DX. 120 cm. = 0

DX = - 200 kg.

y finalmente, para calcular DZ, tomaremos momentos con respecto a un eje paralelo al eje Y que pasa por el punto B, pero tomando solo las fuerzas que actúan sobre la barra BD. Dado que la articulación esférica en B no puede transmitir momentos, es evidente que el equilibrio exige que MBY(BC) = 0

Por lo tanto: MBY(BC) = DX . 2. 60 cm. + TCE. COS 45°. 60 cm. + DZ. 120 cm. = 0

DZ = 100 kg.

Por último, el valor de RD será

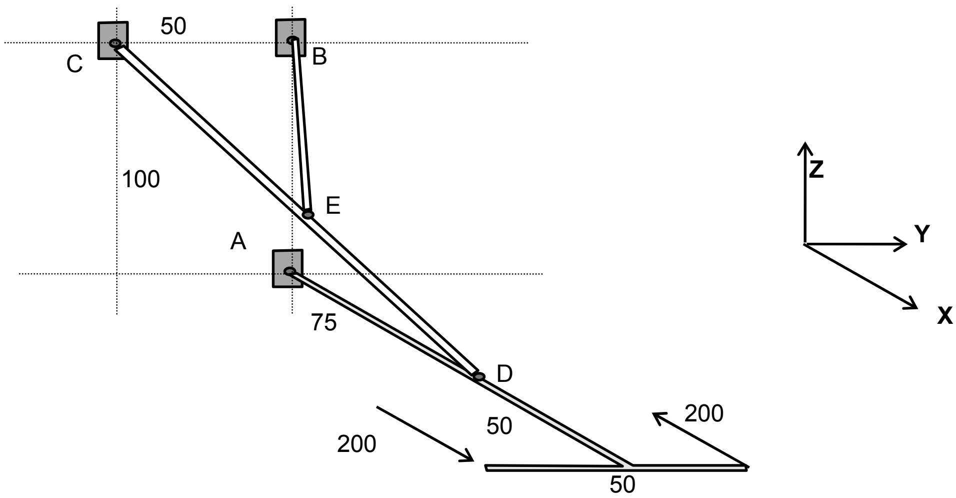
$$RD = \sqrt{100^2 + 200^2 + 100^2} = 244,95 \text{ kg.}$$

y sus cosenos directores

CDX = - 0,81649; CDY = 0,408246 = CDZ.

Con esto quedaría finalizado el problema.

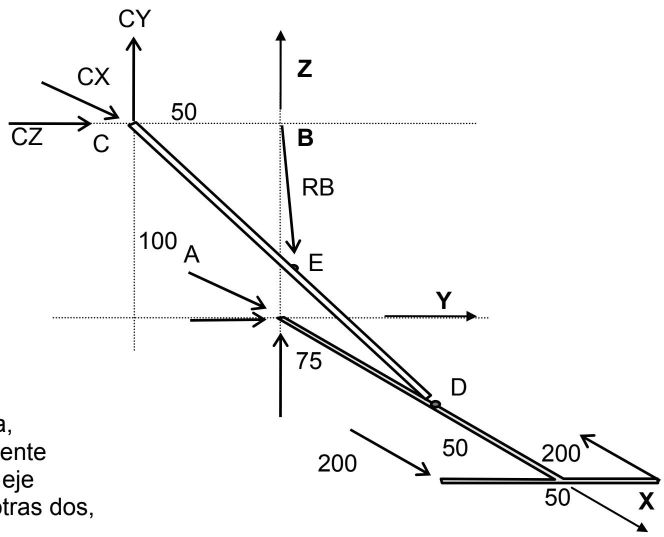
2.- En el ejercicio de la figura se pide determinar la fuerza en el miembro EB debido a la acción del par aplicado a la armadura espacial. Se pide también calcular las fuerzas que se ejercen en D sobre CD. Todas las conexiones y apoyos son articulaciones esféricas o rótulas. El punto E se encuentra en la mitad del brazo CD. Las magnitudes están en kg. y cm.



Desde el punto de vista estructural corrresponde hacer el mismo análisis que en el ejercicio anterior, de manera que no nos detendremos en ello. El par actúa en un plano horizontal y su acción no tiende a provocar giros axiales en las barras de manera que el sistema puede considerarse determinado.

Como siempre lo primero que debemos hacer es dibujar el Diagrama del Cuerpo Libre (DCL). En este caso es conveniente la realización, además del DCL del cuerpo en general, otros dos provenientes del despiece y donde se pongan de manifiesto los esfuerzos sobre la articulación D

El sistema de ejes que adoptamos está indicado en la figura, la convención para los momentos será el de la mano derecha, y su denominación, por ejemplo M AX, corresponderá a momento con respeto a un eje que pasa por el punto A y tiene la dirección x



Observando atentamente el DCL indicado en la figura, puede verse de inmediato que si tomamos como eje de momentos a la recta que pasa por los puntos A y C podemos plantear una ecuación (de equilibrio de momentos con respecto a ese eje) cuya única variable incógnita es RB.

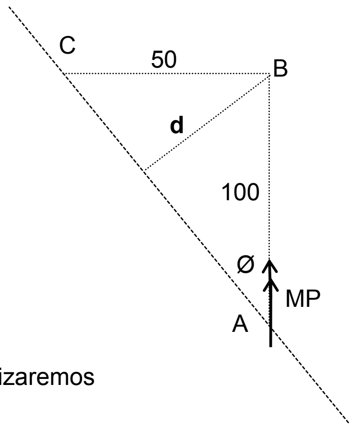
Si suponemos la fuerza RB aplicada en el punto B, y la descomponemos según las direcciones de los ejes de referencia, podemos apreciar que la única componente que produce momento con respecto al eje AB es la componente RBx, ya que las otras dos, RBy y RBz cortan a dicho eje.
El vector representativo del momento del par tiene la dirección del eje **y**, y de acuerdo a la regla de la mano derecha su dirección es coincidente con él. Si llamamos Ø al ángulo que forma el eje AB con la dirección de ese vector, y si **d** es la distancia del punto B a ese eje, la ecuación de momentos será:

MAX = - RBx . d + MP cos Ø = 0

con lo cual nos queda que:

RBx = MP cos Ø / d

y posteriormente determinar el valor de RB ya que al conocer su dirección, la relación entre componentes con resultante es una magnitud conocida (son los llamados Cosenos Directores)
En la figura de la derecha vemos el plano que forman los puntos A, B y C en el cual podemos apreciar la distancia **d.** También hemos dibujado el vector representativo del momento MP. (*La ubicación en que fue dibujada es arbitraria ya que, recordemos, el vector momento de un par es libre de modo que podríamos dibujarlo en cualquier lugar respetando sólo su magnitud, dirección y sentido.)*



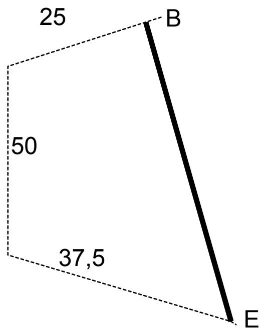
Ø = arco tg. (50 / 100) = 26,56`°

d = 100 . sen Ø = 44,72 cm.

La componente del vector momento en la dirección del eje quedará:

M / ac = MP . cos Ø = 8944,27 kg. cm

Ahora debemos calcular la componente de RB según X. Para ello realizaremos un croquis de la ubicación del punto E..



La dirección de RB es coincidente con la recta BE, por lo tanto sus componentes tendrán la misma proporcionalidad de valores que las coordenadas de E medidas desde B con respecto al valor de BE.

Ese valor será $\sqrt{25^2 + 50^2 + 37,5^2} = 67,31$ cm.

La relación de proporción indicada permite escribir que:

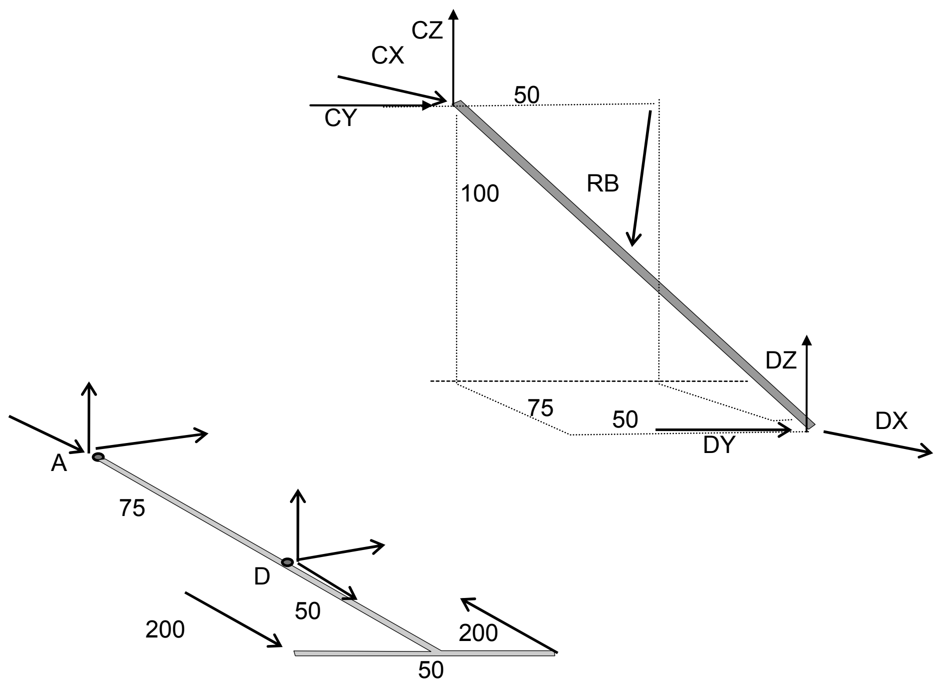
RBX / RB = EE’ / BE por lo que

RB X = RB. EE’ / BE = 0,55712. RB

Volviendo a la ecuación de momentos recordemos que RBX = MP . cos Ø / d o lo que es lo mismo 0,55712 . RB = MP. Cos Ø / **d**
con lo cual llegamos finalmente a que **RB = 359 kg.**

.

Para el cálculo de la acción que se ejerce en el punto D será necesario efectuar el despiece correspondiente y trabajar con el DCL que consideremos necesario.



Tomando primero el DCL de la barra AD podemos advertir que si planteamos equilibrio de momentos respecto al eje AZ tenemos :

MAZ = MP + DY . 75 = 0

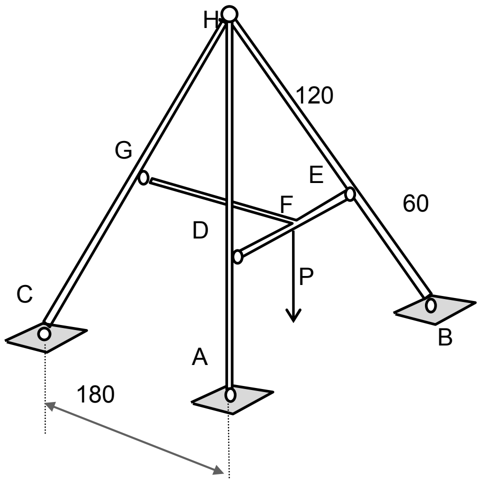
de donde sale inmediatamente que: DY = - 133,34 kg.

Puede apreciarse también que si tomamos ahora el equilibrio de momentos para el eje AY, la única fuerza que produce momentos resulta ser DZ, por lo cual se puede inferir sin más trámite que DZ = 0

Para la determinación de la componente restante, DX, ocuparemos el DCL de la barra CD y planteamos ahora la ecuación de momentos con respecto al eje CB también aquí aparece una sola fuerza que produce momento pues DZ es, como ya vimos, nula y DY es paralela a dicho eje. De manera que también DX = 0

Con lo cual **D = DY = - 133,34 kg.**

3.- El entramado espacial indicado en la figura descansa sobre una superficie lisa y horizontal. Todas las conexiones entre barras son rótulas.
Se pide determinar la fuerza total en D debido a la carga P de 250 kg. aplicada en la mitad de la longitud DE.
El triángulo base ABC es equilátero y las medidas están en cm.



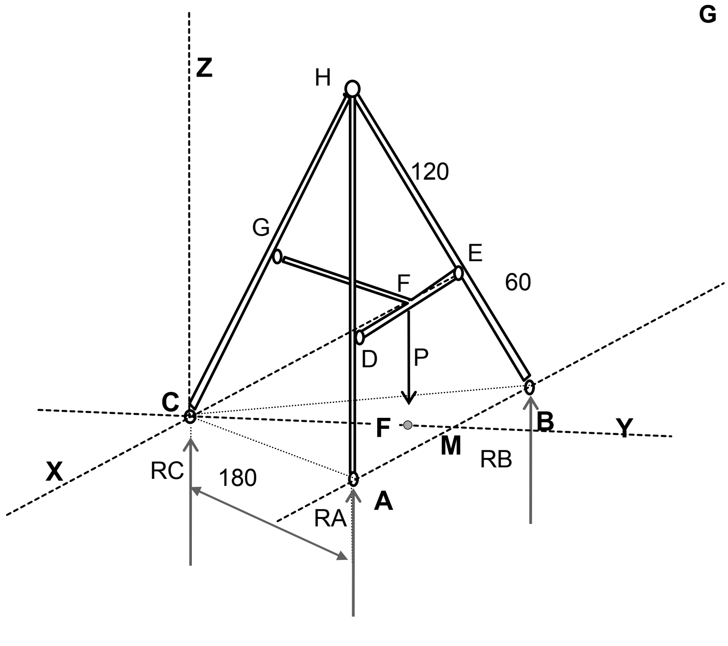
Como siempre lo primero a considerar es la isostaticidad de la estructura. En este caso podemos apreciar, a simple vista que el cuerpo es hipostático al menos externamente, ya que puede desplazarse o girar sobre el plano de apoyo. Pero como norma por lo general conviene analizar primero la isostaticidad interna, pues esta nos arrojará los grados de libertad del conjunto.

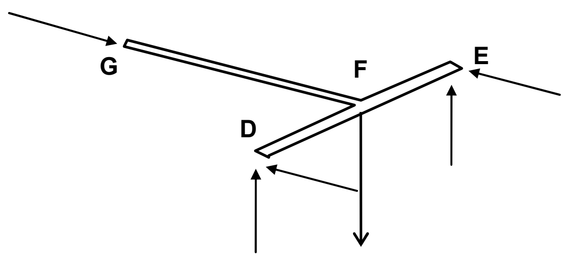
En este caso podemos analizar como sigue: Las tres barras rectas están vinculadas entre sí por una única articulación y a su vez vinculadas a la barra en T por sendas articulaciones, de manera que el triángulo GED es rígido en su plano, y junto a la articulación en H fijan la posición relativa de las tres barras, de manera que el conjunto puede considerarse como rígido y goza por lo tanto de 6 grados de libertad. Como los vínculos exteriores son tres puntos de apoyo superficial vemos que efectivamente el conjunto resulta hipostático de tercer grado.

Por otro lado la barra en T aparece vinculada por medio de tres articulaciones al resto del sistema, lo que da 9 condiciones de vínculo. Esto significa que dicha barra es hiperestática. El sistema no es, por lo tanto isostático interior ni exteriormente.

Ello no es obstáculo para que el problema sea determinado desde el punto de vista estático. Efectivamente si observamos el sistema de cargas activo y reactivo vemos que conforma un sistema espacial de cuatro fuerzas paralelas. Sabemos que para que cuatro fuerzas en el espacio puedan equilibrarse es condición indispensable que sean concurrentes (en este caso a un punto impropio). Por otro lado sabemos que la descomposición de una fuerza en tres direcciones es, en el espacio, un problema perfectamente determinado.

Haremos primero el DCL de la estructura en general como también el de la barra en “T” DEFG.





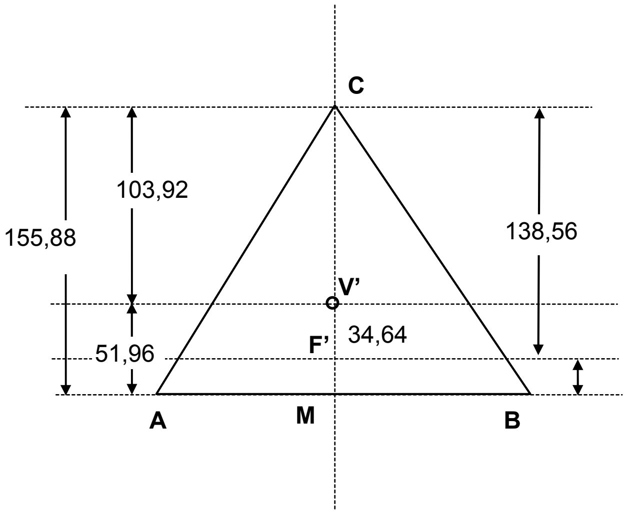
Observando el DCL de arriba, podemos afirmar que la única reacción que puede desarrollarse en la articulación C es en la dirección FG, ya que una reacción vertical provocaría un giro en torno al eje DE, y una reacción paralela al mismo actuando en dicho punto no sería posible dada la simetría que puede observarse tanto en la estructura como en el sistema de cargas

cargas exteriores (activas y reactivas). De manera que también internamente el sistema es estáticamente determinado.

Para resolver el problema primero debemos calcular algunas dimensiones:

El triángulo ABC, como se ha dicho es equilátero y sus lados miden 180 cm. La longitud de sus mediatrices, entre ellas CM, que junto al vértice H definen el plano de simetría estático será igual a

CM = 180 cm. Sen 60° = 155.88 cm.



Dibujamos sobre el plano de apoyo la proyección del vértice **V** y del punto **F**,
El primero, **V'**, deberá estar ubicado sobre la intersección de la mediatrices, y la distancia V'M debe ser un tercio de la altura del triángulo, es decir V'M = 51.96. El punto F' a su vez tendrá que estar situado a un tercio de esta distancia, ya que F está a una altura definida por el tercio de la longitud de las barras. La línea CM y el vértice del trípode constituyen un plano de simetría tanto para la estructura como para el sistema de cargas (activas y reactivas)

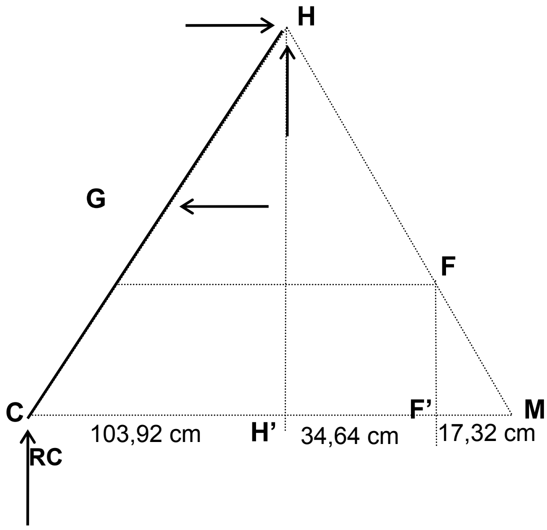
Tomando momento respecto del eje AB

MAB= RC. 155.88 cm - P. 17.32 cm = 0
De aquí

RC= 27,78 kg. .

Dada la simetría de la estructura y del sistema de cargas tendrá que ser RA = RB
Además la resultante de ambas estará en la mitad del segmento AB y formando una misma línea con C y F'
De manera que tomando momento con respecto a un eje paralelo al AB y que pasa por C podemos plantear:
MCY = RAB . 155.88 cm - P . 138.56 cm = 0

Resultando RAB = 222.22 y por lo tanto



RA = RB = 111.11 kg.

Observando el mencionado plano de simetría se puede tomar el DCL de la barra BGH y planteando ecuación de momentos con respecto al punto H, tenemos

RC. 103.92 cm - RG . 97.98 cm =0

RG = 29.46 kg.

En E y D se corresponderá con las reacciones horizontales que a su vez serán iguales, asimismo lo serán las reacciones verticales cuyo valor será p/2 es decir que

DX= 14. 73

DZ= 125

y finalmente **RD = 125.86 kg.**