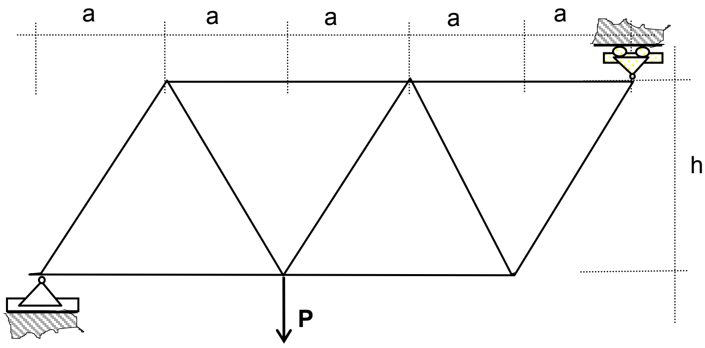
RESOLUCION DE UN RETICULADO:



Datos:

a = 2 m

h = 3 m

P = 20 ton.

1) CALCULO DE REACCIONES

Por $\sum$ FX = 0 → HA = 0

Tomando momento con respecto a A

MA = P . 4 m - RB . 10 m = 0

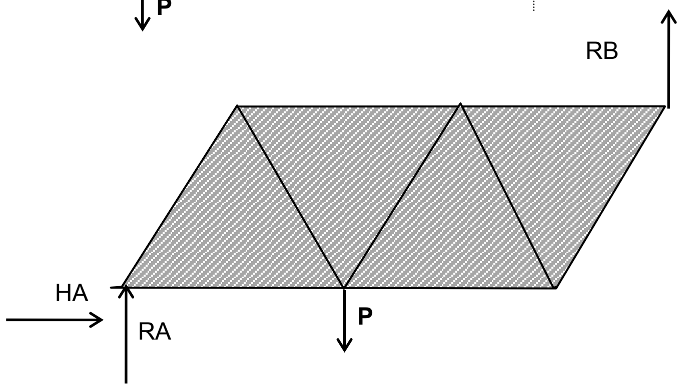
de donde RB = 8 ton

y tomando

MB = RA . 10 m - P . 6 ton = 0

de donde RA = 12 ton

verificándose por supuesto que RA + RB = 20 ton



D.C.L.

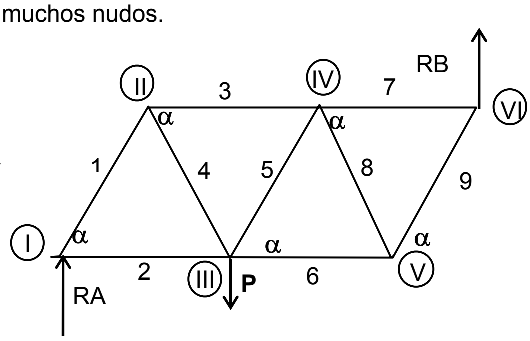
2) DETERMINACION GENERAL DE LAS TENSIONES EN LAS BARRAS:

Para determinar las tensiones en las barras podemos optar básicamente por dos métodos: El método analítico o el de los nudos o el método gráfico de Cremona

El método de los nudos consiste básicamente en plantear el equilibrio en cada uno de ellos obteniendo así ecuaciones cuya resolución determinará los valores de las incógnitas (las tensiones en las barras). La cantidad de ecuaciones a resolver será siempre igual al número de barras, es decir **2 x n - 3.** Las ecuaciones disponibles, dado que cada nudo constituye un sistema de fuerzas concurrentes, serán **2 x n,** es decir que siempre tendremos un excedente de tres ecuaciones,

El procedimiento consiste en ir planteando y resolviendo dos ecuaciones por nudo tomándolos en un orden conveniente de manera tal de que el equilibrio de cada uno de ellos no presente más de dos incógnitas, para lo cual lógicamente se irán tomando como datos los resultados obtenidos en los nudos anteriores. El carácter recurrente de este procedimiento lo hace susceptible de acumular errores además de tornarse trabajoso y monótono en estructuras con muchos nudos.

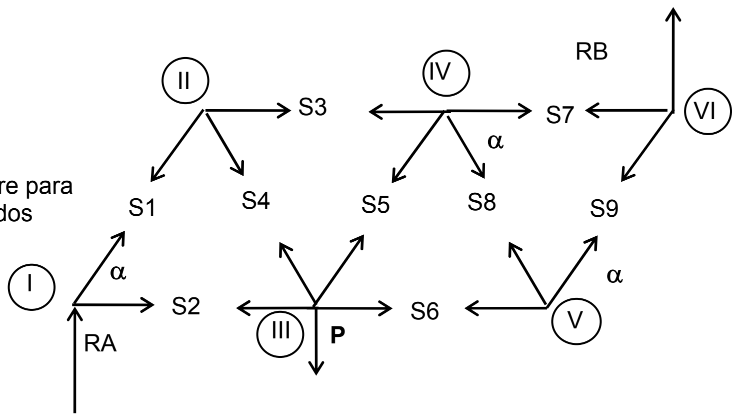
Primero tenemos que determinar todos los datos geométricos de la estructura a fin de plantear las ecuaciones correspondientes : En este caso el reticulado está formado por triángulos isósceles e iguales, de manera que sólo tenemos que determinar una magnitud angular:
tg α = 3/2 → α = **56,31°**



Podemos entonces ir planteando (y resolviendo) el equilibrio de cada nudo:
Para ello tendríamos que dibujar el DCL de cada uno de ellos y poner de manifiesto las tensiones de cada barra a las que supondremos traccionando, es decir alejándose del nudo, de manera tal que al resolver las ecuaciones el signo algebraico del resultado se corresponda con el signo físico convencional: positivo = tracción; negativo = compresión.

El DCL resultará:

Diagrama del cuerpo libre para
el método de los nudos



Nudo (I) $\sum FY = 12$ ton + S1 sen $\alpha = 0$ → S1 = - 12 / sen α = **- 14.42 ton (compresión)**

$\sum FX$ = S1. Cos α + S2 = 0 → S2 = - S1 cos α = **8 ton (tracción)**

Nudo (II) $\sum FY$= S1 sen α + S4 sen α = 0 → S4 = - S1 = **14.42 ton (tracción)**

$\sum FX$ = S3 + S4 cos α - S1 cos α = 0 → S3 = (S1 - S4) cos α = **- 16 ton (compresión)**

Nudo (III) $\sum FY$ = - 20 ton + S4 senα + S5 sen α = 0 → S5 = (20 ton - S4 sen α)/ sen α

S5 = **9.61 ton (tracción)**

$\sum FX$ = S6 + S5 cos α - S4 cosα - S2 = 0 → S6 = **10.66 ton (tracción)**

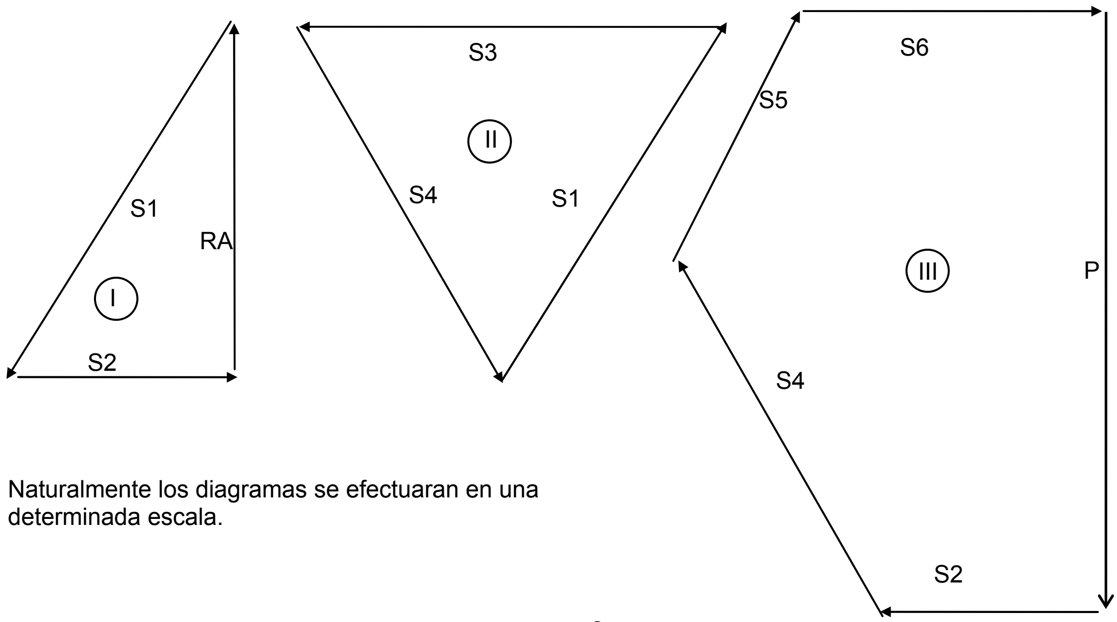
Nudo (IV) $\sum FY$ = S5 sen α + S8 sen α = 0 → S8 = **- 9.61 ton (compresión)**

$\sum FX$ = S8 cos α + S7 - S3 - S5 cos α = 0 → S7 = **- 5.33 ton (compresión)**

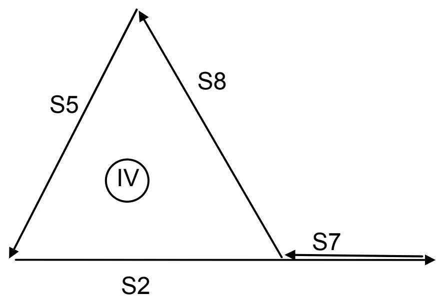
Nudo (V) $\sum FY$ = S9 sen α + S8 sen α = 0 → S9 = **9.61 ton (tracción)**

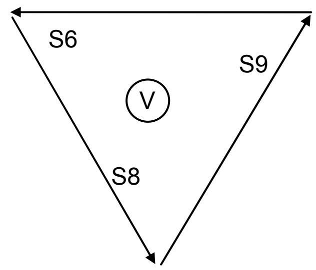
Con esto quedan calculadas todas las incógnitas. Quedan sin utilizar tres ecuaciones más: La de proyección horizontal del nudo (V), y las dos del nudo (VI). Estas pueden ser utilizadas para verificar los valores obtenidos y controlar la magnitud de los posibles errores de arrastre.

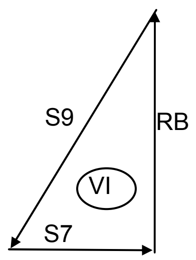
El método de los nudos puede ser resuelto también gráficamente, aplicando el polígono de fuerzas para cada nudo siguiendo el mismo orden de resolución que el visto para la resolución analítica:



Naturalmente los diagramas se efectuaran en una determinada escala.







METODO DE CREMONA.- NOTACION DE BOWL

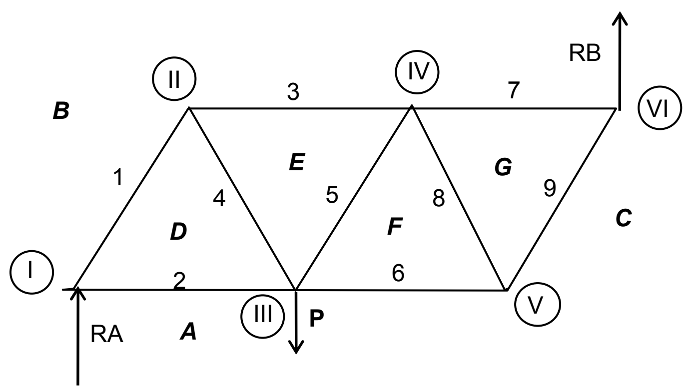
Como cada esfuerzo o tensión aparece siempre en dos polígonos, y en cada uno de estos en sentido contrario, podríamos ir yuxtaponiendo los mismos de manera de dibujar una sola vez cada tensión. Esta idea llevó al Ing. Italiano Cremona a plantear su método gráfico, que permite resolver todo el conjunto en un sólo polígono donde los segmentos representativos de cada fuerza o tensión son dibujadas una sola vez; El método es como sigue:

1.- Se dibuja el polígono de fuerzas exteriores, activas y reactivas, partiendo de cualquiera de ellas pero siguiendo un sentido de giro, horario u antihorario, que recorra el perímetro de la estructura.

2 .- A partir de un nudo cualquiera pero tal que presente sólo dos incógnitas, se construye el polígono de las fuerzas que ejercen las barras que concurren al mismo tomándolas según el mismo sentido de giro elegido anteriormente.

3.- Se continúa del mismo modo con el resto de los nudos hasta completar el polígono total. El orden en que se va tomando cada nudo solo depende del hecho de que para cerrarlo sólo falten determinar dos esfuerzos de barra (incógnitas). Naturalmente hay que tener en cuenta que cada barra actúa con fuerzas de igual magnitud y sentido contrario para cada uno de sus nudos extremos.

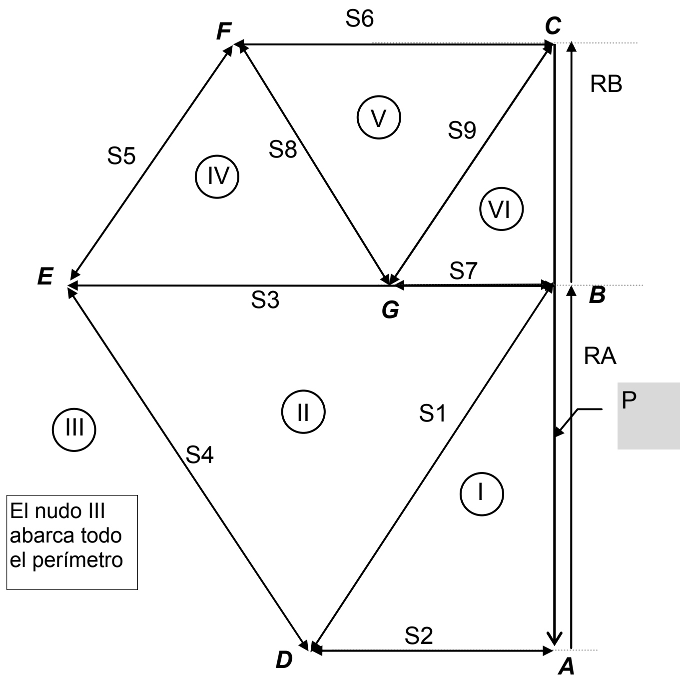
En algunos textos se utiliza la llamada notación de Bowl, que consiste en denominar los espacios que delimitan las barras y las fuerzas exteriores con las primeras letras del alfabeto, tal como se ve en la figura.



De este modo cada fuerza y cada barra, por ende su vector representativo, queda determinado por los espacios que separa, por ejemplo la reacción RA queda definida por ***AB***, RB por ***BC*** y P por ***CA***. También las tensiones que se desarrollan en las barras quedan definidas por los espacios que estas separan. Si se aplica esta notación en el polígono de Cremona se pone en evidencia una particularidad en la relación entre la geometría de este y la de la estructura : Cada nudo de la estructura se corresponde con un polígono de Cremona, y cada nudo de éste se corresponde con un espacio de aquélla.

El diagrama de Cremona queda como sigue:

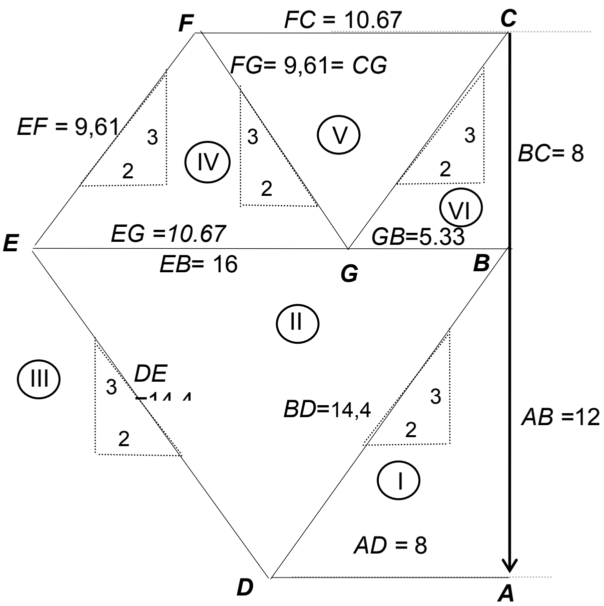
Midiendo los segmentos en una cierta escala se obtienen las magnitudes de los esfuerzos de las barras. Para la determinación del sentido lo más simple es recorrer nudo por nudo y dibujar sobre el esquema de la estructura el sentido de cada esfuerzo.



RESOLUCION ANALITICA DEL DIAGRAMA DE CREMONA

En algunos casos de estructuras de configuración regular, como la del presente ejercicio, es posible aprovechar la semejanza entre las figuras poligonales que componen el diagrama de Cremona con la trama la estructura para determinar su geometría, esto es calcular las magnitudes de sus lados mediante la aplicación de dichas condiciones de semejanza. En los casos en que ello es posible tal procedimiento es sumamente útil evitando por un lado la resolución de un gran número de ecuaciones (propio del método de los nudos) y por otro la necesidad de realizar el trabajo de precisión geométrica que impone el método gráfico.

Los valores se van obteniendo por relaciones entre triángulos, por ejemplo conociendo AB y la relación 3 : 2 en el triángulo ABD puede obtenerse directamente *AD =AB . 2 : 3* resultando entonces *AD = 8 ton*
con ambos valores se puede a su vez obtener el valor de la diagonal *BD* y así sucesivamente, por aplicación de relaciones de semejanza entre triángulos se pueden ir obteniendo el resto de los valores del polígono de vectores hasta su totalidad, en algunos casos simplemente por observación y sin necesidad de hacer ningún cálculo. En la práctica incluso puede prescindirse de la ejecución del diagrama de Cremona trabajando directamente sobre la estructura empleando en todo caso dicho diagrama como auxiliar del cálculo cuando así se lo considere necesario.



Como ejemplo veremos otro ejercicio donde aplicaremos directamente la resolución numérica o analítica del diagrama de Cremona trabajando directamente sobre la estructura..