Universidad Nacional del Nordeste
Facultad de Ingeniería
Secretaria de Integración Estudiantil
Sistema de Acción Tutorial

Módulos introductorios para el ingreso a la Facultad de Ingeniería

MODULO 2

MATEMATICA

2015

Autoridades

Rectora de la UNNE Prof. Delfina VEIRAVÉ

Facultad de Ingenieria

Decano Ing. José Leandro BASTERRA

Vice-Decano Ing Ing. Arturo Alfredo BORFITZ

Secretario Administrativo Ing. Gustavo Horacio DEVINCENZI

Secretario de Investigación y Posgrado Dr. Ing. Mario Eduardo DE BORTOLI

Secretario Académico Ing. Arturo Alfredo BORFITZ

Secretaria de Integración Estudiantil Ing. María Teresa CLEMENTE

Secretario de Extensión y Transferencia Prof Juan José CORACE

Compilador Ing. Arturo Alfredo BORFITZ

Borfitz, Arturo Alfredo
Módulos introductorios para el ingreso a la Facultad de Ingeniera / Arturo Alfredo Borfitz ; Milena Balbi ; Blanca Latorre. - 1a ed. - Corrientes : Editorial de la Facultad de Ingenieria de la Universidad Nacional del Nordeste; Editorial de la Facultad de Ingenieria de la Universidad Nacional del Nordeste, 2015.
E-Book.

ISBN 978-987-45571-2-4

1. Matemática. 2. Física. I. Balbi, Milena II. Latorre, Blanca III. Título
CDD 510

Material elaborado por

Profesora Mariela Rosana Amarilla

Profesora Nieves Cruz de Mena

Profesora Milena María Balbi
Señorita Erica Hoffman

Edición Bárbara Lockett

Editorial Facultad de Ingeniería
Resistencia, diciembre de 2015

NÚMEROS ENTEROS

Los números enteros son del tipo:
$\mathbb{Z}$ = {...-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...}
Es decir, los naturales, sus opuestos (negativos) y el cero.

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

* SI DOS TERMINOS SON DE IGUAL SIGNO SE SUMAN Y EL RESULTADO LLEVA EL MISMO SIGNO.

*SI DOS TERMINOS SON DE DISTINTO SIGNO, SE RESTAN LOS NÚMEROS, Y EL RESULTADO LLEVA EL SIGNO DEL MAYOR VALOR ABSOLUTO.

PROPIEDADES

1. Interna: $a + b \in \mathbb{Z}$
2. Asociativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$ ·
3. Conmutativa: $a + b = b + a$
4. Elemento neutro: $a + 0 = a$
5. Elemento opuesto: $a + (-a) = 0$

ACTIVIDAD Nº1:

Sumar

a) (+ 5) + (+ 3) = b) (- 8) + (- 5) = c) (- 3) + (+ 9) = d) (- 2) + (- 15) =

e) (- 1) + (+ 7) = f) (- 5) + (+ 0) = g) (- 5) + (+ 5) = h) (- 4) + (- 4) =

DIFERENCIA DE NÚMEROS ENTEROS

La resta de los números enteros se obtiene sumando al minuendo el opuesto del sustraendo. a-b=a+(-b)

PROPIEDADES

1. Interna: $a-b \in \mathbb{Z}$

2. No es Conmutativa: $a-b \neq b-a$

ACTIVIDAD Nº2:

Restar

a) (+ 5) - (+ 3) = b) (- 8) - (- 5) = c) (- 3) - (+ 9) = d) (- 2) - (- 15) =

e) (- 1) - (+ 7) = f) (- 8) - (+ 0) = g) (- 5) - (+ 5) = h) (- 4) - (- 4) =

PRODUCTO DE NÚMEROS ENTEROS

El producto de varios números enteros es otro número entero, que tiene como valor absoluto el producto de los valores absolutos y como signo, el que se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

PROPIEDADES

1. Interna: a · b ∈ℤ

2. Asociativa: (a · b) · c = a · (b · c)

3. Conmutativa: a · b = b · a

4. Elemento neutro: a ·1 = a

5. Distributiva: a · (b + c) = a · b + a · c

6. Sacar factor común: a · b + a · c = a · (b + c)

ACTIVIDAD Nº3:

Calcula los siguientes productos

a) (- 8).(- 3) = b) (+ 12) . (+ 2) = c) (- 7) . (+ 4) =

d) (+ 13) . (- 3) = e) (- 25) . (- 5) =

COCIENTE DE NÚMEROS ENTEROS

El cociente de dos números enteros es un racional, que se lo obtiene dividiendo los valores absolutos del dividendo y el divisor. El signo se obtiene de la aplicación de la regla de los signos.

PROPIEDADES

1. No es una operación interna: $a : b \in Z$, solo si *a* es múltiplo de *b*

2. No es Conmutativo: $a : b \neq b : a$

ACTIVIDAD Nº4:

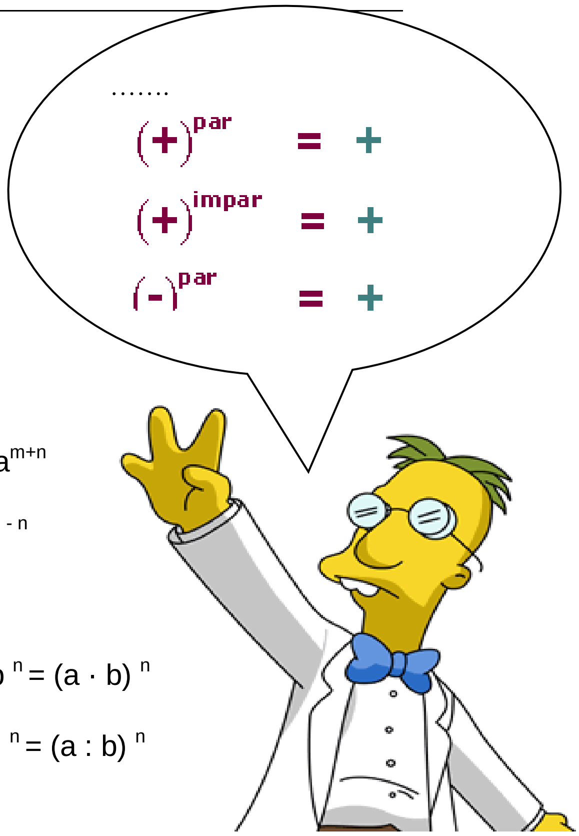
Calcula los siguientes cocientes

a) (- 21) : (- 7) = b) (+ 15) : (+ 3) = c) (- 18) : (+ 3) =

d) (+ 63) : (- 9) = e) (- 12) : (- 6) =

POTENCIAS CON EXPONENTE NATURAL

La potencia de exponente natural de un número entero es otro número entero, que resulta de multiplicar la base tantas veces como indica el exponente. y cuyo signo es el que se deduce de la aplicación de las siguientes reglas:·



PROPIEDADES

1. $a^0 = 1$ ·

2. $a^1 = a$

3. Producto de potencias con la misma base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4. División de potencias con la misma base: $a^m : a^n = a^{m-n}$

5. Potencia de una potencia: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

6. Producto de potencias con el mismo exponente: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

7. Cociente de potencias con el mismo exponente: $a^n : b^n = (a : b)^n$

ACTIVIDAD Nº5:

Calcular las siguientes potencias:

$a)3^2 =$	$b)(-2)^2 =$	$c)(-2)^3 =$	$d)-2^3 =$
$e)(-5)^2 =$	$f)(-1)^9 =$	$g)(-1)^{10} =$	$h)5^1 =$
$i)(-10)^2 =$	$j)10^0 =$	$k)(-10)^0 =$	$l)(-3)^3 =$

ACTIVIDAD Nº6:

Realizar las siguientes operaciones, aplicando propiedades de potencias de números enteros:

a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

b) $(-8) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0 \, (-2) =$

c) $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

d) $2^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^4 =$

e) $2^2 : 2^3 =$

f) $2^{-2} : 2^{-3} =$

g) $2^2 : 2^{-3} =$

h) $2^{-2} : 2^{-4} =$

i) $[(-2)^{-2}]^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 =$

j) $[(-2)^6 : (-2)^3]^3 \cdot (-2) \cdot (-2)^4 =$

RADICACIÓN

Definición: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

Signos:

- **El resultado de la raíz de índice par de un número positivo, es siempre positiva.**
- **El resultado de la raíz de índice par de un número negativo no se puede calcular en Z.**
- **El resultado de la raíz de índice impar, lleva el mismo signo del radicando.**

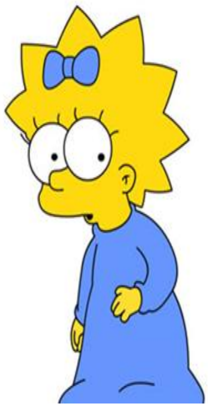
ACTIVIDAD Nº 7:

Calcula, si existe:

$a)\sqrt{36}$	$b)\sqrt{-16}$	$c)\sqrt{100}$	$d)\sqrt[3]{-8}$
$e)\sqrt[3]{27}$	$f)\sqrt{81}$	$g)\sqrt[3]{-27}$	$h)\sqrt{(-9)^2}$
$i)\sqrt[6]{64}$	$j)\sqrt[5]{-32}$	$k)\sqrt{0}$	$l)\sqrt{(-3)^4}$

OPERACIONES COMBINADAS

RECUERDA LAS PROPIEDADES:
1° EFECTUA LAS OPERACIONES ENTRE PARÉNTESIS, CORCHETES Y LLAVES.
2° CALCULÁ LAS POTENCIAS Y RAÍCES
3° EFECTÚA LOS PRODUCTOS Y



ACTIVIDAD Nº 8:
Realiza las siguientes operaciones:

a) $2 - [3 - (2 - 5) \cdot 3 + 2 \cdot (1 - 3) \cdot (-2)] + 5 =$

b) $4 - 5 \cdot \{2 - 3 \cdot [-4 + 2 \cdot (5 - 4) \cdot (-1)] \cdot (-1)\} \cdot (-1) =$

c) $8 - [4 + (2 - 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3 + (6 - 2)] \cdot (-1) + 5 \cdot (-3 - 2) =$

d) $1 - \{2 - [3 \cdot (4 - 5) \cdot 2 - 3] \cdot 2\} \cdot (-2) =$

e) $2 \cdot \{2 \cdot [-2 \cdot (-5 + 4) \cdot 2] + 1\} \cdot (-2) =$

f) $6 - 4 \cdot (-1 - 2) - 3 \cdot 2 \cdot (2 \cdot 4) \cdot (-1) =$

ACTIVIDAD Nº 9:
Resuelve las siguientes operaciones:

a) $3^2 (15 + 5)^2 + 2^3. (15 - 5).4 =$

b) $5 (4 - 2)^2 + 1^2. (2^3 - 5)^2 =$

c) $560 - 2^2. (34 - 24)^2 =$

d) $532 + 2. (4^3 - 4^2)^2 =$

e) $2 (3^2 - 3)^2 + 2^2 .(5^2 - 5)^2 =$

f) $(8 - 5)^3 + 2\,(4^2 - 13) - 7\,(6^2 - 30)$

g) $720 + 3^2\,(20 - 15) =$

h) $3^3 - 2^2 + 4\,(7 - 2)^2 = (10 - 3)^2 + 2\,[6 - 5\,(3^2 - 2)^2] =$

i) $[(-2)^5 - (-3)^3]^2 =$

j) $(5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)^2 =$

k) $[(17 - 15)^3 + (7 - 12)^2] : [(6 - 7) \cdot (12 - 23)] =$

ACTIVIDAD Nº 10:
Resuelve los siguientes ejercicios:

$a)\ \sqrt[3]{-6-2} + (-2)^2 : 2 + (7-3) =$

$b)\ \sqrt{49} + \sqrt{36} + \sqrt{81} - \sqrt{100} =$

$c)\ \sqrt[3]{-27} + (-2)^3 + \sqrt{15+1} + (-7)^2 =$

$d)\ \sqrt[3]{-127+2} - (-4) + (-3)^2 .0 =$

$e)\ -45 : 9 + \sqrt{36} : 6 - (-24+16) + \sqrt{25} =$

$f)\ \left[(-4+10)^2 .(-2-5)^3\right]^0 - \sqrt{25-16} =$

$g)\ \sqrt[5]{-32} + 24 : (-3) - (-9) + \sqrt[3]{-8} : 2 =$

$g)\ \sqrt{100} : (-2) + 14 : 7 - (-32+14)^0 =$

ECUACIONES

Pasos para resolver una ecuación (ax+b=0):

1º- Se quitan los paréntesis si los hubiere, resolviendo y aplicando propiedades

2º- Se traspasan todos los términos con incógnitas a un miembro de la igualdad, y al otro, los términos sin incógnitas.

3º- Se operan los términos semejantes.

4º- Hallamos el valor de la incógnita.

ACTIVIDAD Nº 11:
1. Resolver y comprobar las siguientes ecuaciones.

a) $2x+3=x+4$

b) $4x-10=2x+2$

c) $9x+9+3x=15$

d) $300x-250=50x+750$

e) $17x-7x=x+18$

f) $9y-19+y=11$

g) $x+2x+3-4x=5x-9$

2. Plantear y resolver las siguientes ecuaciones:

a) 4x sumado con 4, resulta 44.

b) Si a 10x le sumamos 4 resulta lo mismo que si a 8x le quitamos (2-3x).

c) Si a 12x le restamos 4, resulta lo mismo que si a 4x le añadimos 12.

3. Problemas:

a) Juan y Antonio tienen $77 entre los dos. Antonio tiene $ 9 más que Juan .¿Cuánto dinero tiene cada uno?

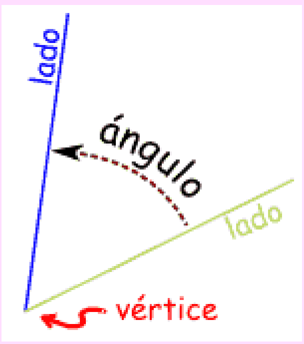
b) María quiere comprar un abrigo y un pantalón, el pantalón sale $ 135 y el abrigo el doble.¿ Podrá comprarlos con los $500 que tiene?

c) Laura y Maria han cobrado $150 por cuidar los fines de semana a unos niños. María ha trabajado 3 fines de semana y Laura 2 ¿Cuánto dinero le corresponde a cada una?

d) La suma de dos números enteros consecutivos es 53 .Calcula esos números.

ÁNGULOS

Un ***ángulo*** es la región del plano limitada por 2 semirrectas que tienen el origen en común.



Partes de un ángulo

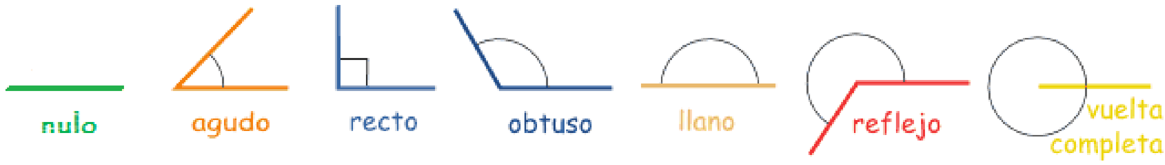
Vértice: es el origen de las semirrectas, que determinan el ángulo.

Lados: Son las semirrectas de origen común.

NOMBRES DE LOS ÁNGULOS

Clasificación de los ángulos.

	Tipos de ángulos	Descripción
CONVEXOS $0° < \propto < 180°$	Ángulo nulo	un ángulo de 0°
	Ángulo agudo	un ángulo de menos de 90°
	Ángulo recto	un ángulo de 90°
	Ángulo obtuso	un ángulo de más de 90° pero menos de 180°
CÓNCAVOS $180° < \propto < 360°$	Ángulo llano	un ángulo de 180°
	Ángulo reflejo	un ángulo de más de 180°
	Ángulo 1 giro	un ángulo de 360°



- **Dibuja los siguientes ángulos y clasifícalos:**

$\widehat{\alpha} = 65^\circ ; \widehat{\beta} = 120^\circ ; \widehat{\delta} = 180^\circ ; \widehat{\varepsilon} = 30^\circ ; \widehat{\mu} = 90^\circ$

OPERACIONES CON ÁNGULOS

- **Dados los siguientes ángulos:**

$\widehat{a}$ = 43° 18' 35" $\qquad$ $\widehat{b}$ = 16° 27' 52" $\qquad$ $\widehat{c}$ = 24° 41' 17"

$\widehat{d}$ = 39° 25' 48" $\qquad$ $\widehat{e}$ = 18° 32’ $\qquad$ $\widehat{f}$ = 50° 12’ 13"

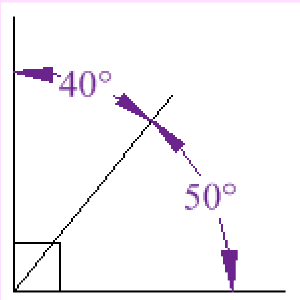
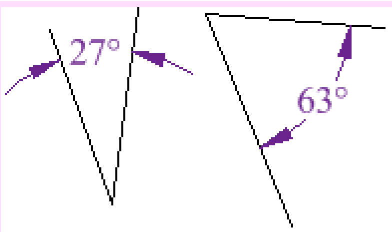
Calcula:

$a) \widehat{a} - \widehat{e}$ $\qquad$ $b) \widehat{d} + \widehat{f}$ $\qquad$ $c) (\widehat{a} + \widehat{e}) - \widehat{c}$

$d) \widehat{d} - \widehat{b}$ $\qquad$ $e) (\widehat{a} + \widehat{c}) + \widehat{f}$ $\qquad$ $f) \widehat{f} - \widehat{b}$

Ángulos complementarios

Dos ángulos son complementarios si **suman 90 grados** (un ángulo recto).

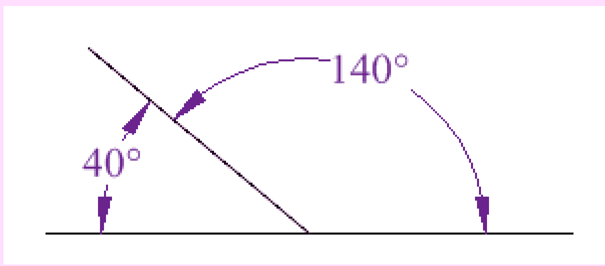
Estos dos ángulos (40° y 50°) son **ángulos complementarios**, porque suman 90°. Fíjate, que juntos hacen un ángulo recto.	
Pero los ángulos no tienen por qué estar juntos. Estos dos son complementarios porque 27° + 63° = 90°	

Ángulos suplementarios

Dos ángulos son suplementarios si **suman 180 grados**.

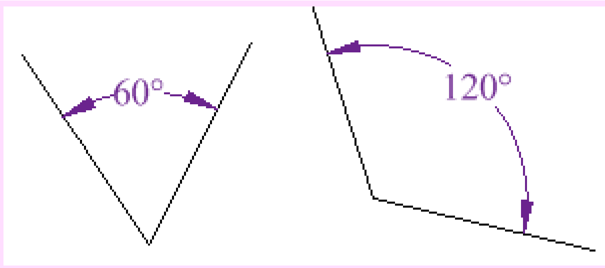
Estos dos ángulos (140° y 40°) son ángulos suplementarios, porque suman 180°.

Fíjate, que al ponerlos juntos tenemos un ángulo llano.

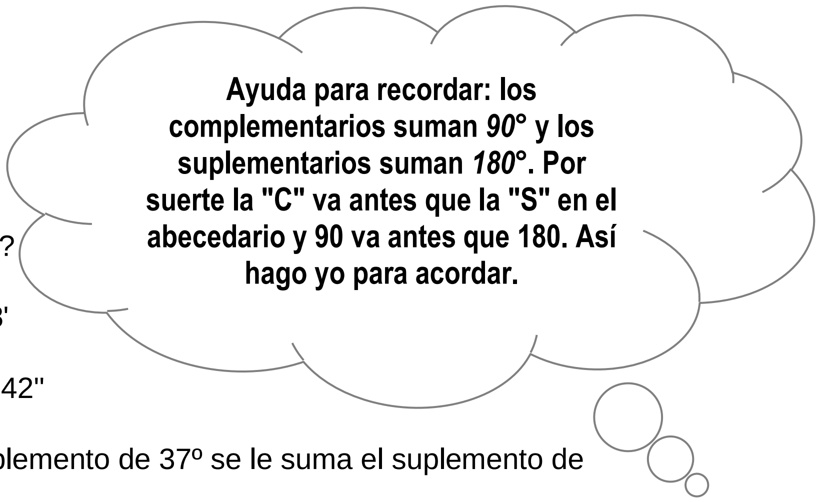


Pero no hace falta que los ángulos estén juntos.

Estos dos son suplementarios porque 60° + 120° = 180°



Problemas:



1. Determina el complemento de 72º.

2. ¿Cuál es el suplemento de 139º?

3. ¿Cuál es el suplemento de (a - 12) º?

4. Determina el complemento de 42º18'

5. Determina el suplemento de 154º27'42''

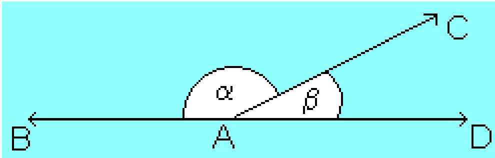
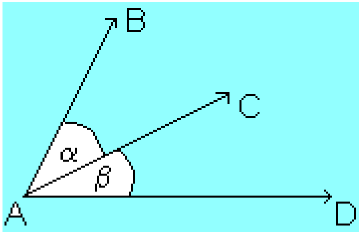
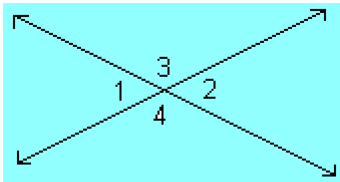
6. ¿Cuántos grados resultan si al complemento de 37º se le suma el suplemento de *93º*?

7. Determina el complemento del suplemento de 143º

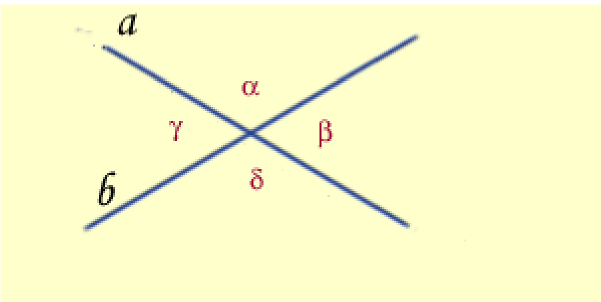
8. Si 36º es el complemento del suplemento de x. ¿Cuántos grados mide x?

9. Si el suplemento de un ángulo es 113º26'14'', determina dicho ángulo.

10. Si m = 92º35'14'' y n = 27º47'32'', ¿cuánto es m + n?

PAREJA DE ÁNGULOS		
Ángulos adyacentes	Son ángulos que tienen un lado común y los otros dos son semirrectas opuestas..	
Ángulos consecutivos	Son ángulos que tienen un lado común y el mismo vértice. BAC es adyacente con DAC	
Ángulos opuestos por el vértice	- Dos semirrectas opuestas que se intersectan generan ángulos opuestos por el vértice. - Son ángulos no adyacentes. 1 y 2 -- 3 y 4 - Son ángulos congruentes: 1 = 2 y 3 = 4	

Averiguar el valor de los ángulos: α - β - δ - γ

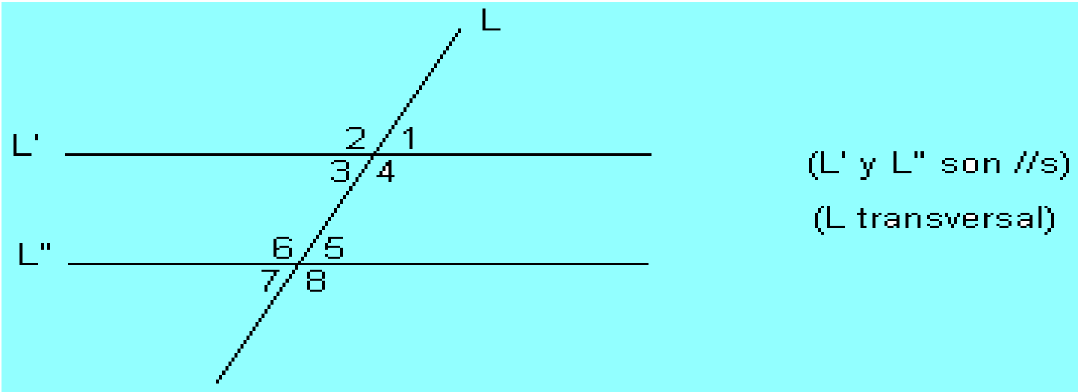


1) ***α =120º 17`45``***

2) ***δ = 42º 15`32``***

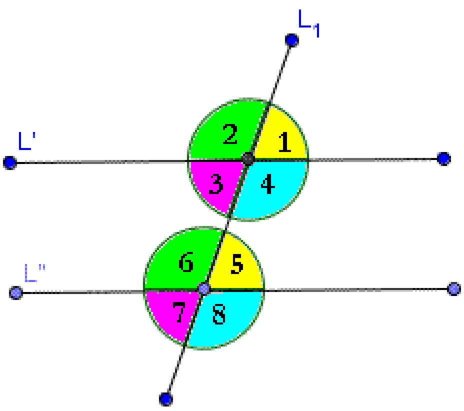
3) *γ* = ***10x - 70º***

ÁNGULOS FORMADOS POR RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA TRANSVERSAL.



Tipos de ángulos formados :

Ángulos correspondientes entre



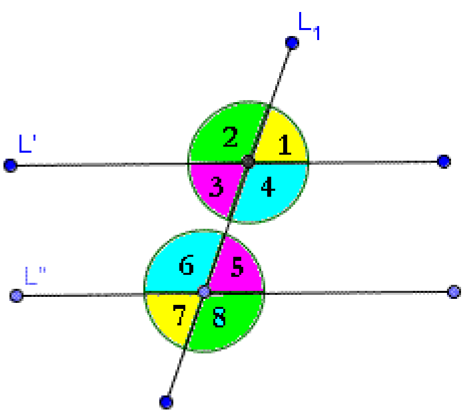
paralelas.

1 = 5

2 = 6

3 = 7

4 = 8



Ángulos alternos entre paralelas.

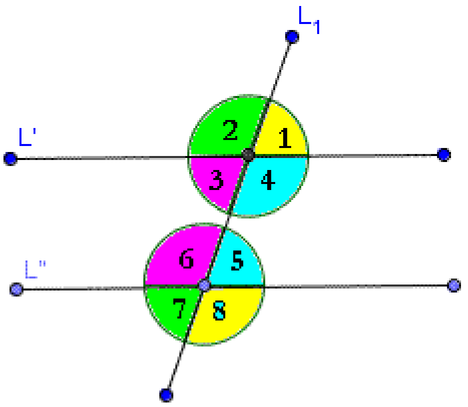
1 = 7

2 = 8

3 = 5

4 = 6

Ángulos conjugados entre paralelas**.**



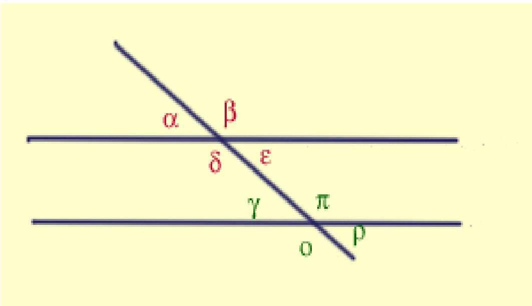
1 ^ 8

2 ^ 7

3 ^ 6

4 ^ 5

- *Averiguar el valor de los ángulos α - β - δ - γ - o - ε - π - ρ*



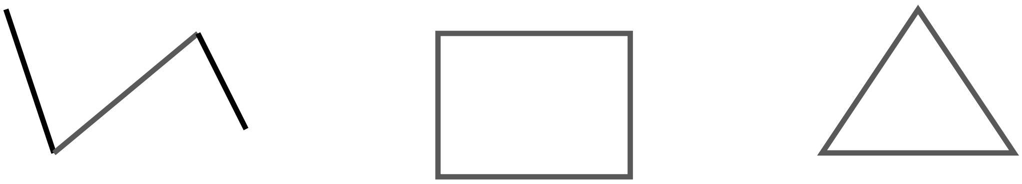
1) α = 40° 3`29``*** ***2) π = 137º 12`57`` ***3) β + 40º 30´50´´ =172º***

FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

POLIGONAL

Unión de dos o más segmentos de rectas, donde el extremo de cada segmento es el origen de siguiente.

Recuerda que las **líneas poligonales** pueden ser **cerradas** o **abiertas**.



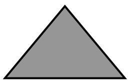
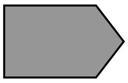
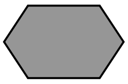
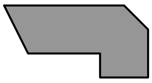
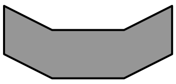
POLIGONOS

Un <u>polígono</u> es la región del plano limitada por una línea poligonal cerrada.

Los polígonos se clasifican de acuerdo con la cantidad de lados que tengan.

La tabla a continuación contiene la clasificación de algunos polígonos de acuerdo con la cantidad de lados:

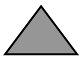
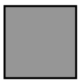
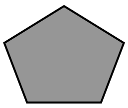
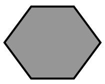
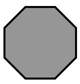
Clasificación de polígonos

Nombre	Cantidad de lados	Cantidad de ángulos	Dibujo
triangulo	3	3	
cuadrilátero	4	4	
pentágono	5	5	
hexágono	6	6	
heptágono	7	7	
octógono	8	8	

Un *polígono* es *regular* cuando tiene todos sus lados y ángulos iguales.

Los polígonos pueden ser o no regulares. Por ejemplo: un rectángulo no es regular.

Polígonos regulares

Nombre	**Cantidad de lados**	**Cantidad de ángulos**	**Dibujo**
Triángulo equilátero	3	3	
Cuadrado	4	4	
Pentágono regular	5	5	
Hexágono regular	6	6	
Octógono regular	8	8	

PERÍMETRO

En la construcción es muy necesario conocer de perímetro, por ejemplo cuando quieres hacer la verja para una propiedad, colocar un zócalo alrededor de una habitación, o bien si quieres determinar la cantidad de alambre que necesitas para limitar tu parcela, tienes que medir todos los lados alrededor de la parcela.

El perímetro de un polígono es la suma de las medidas de todos sus lados.

CÁLCULO DEL PERÍMETRO.

1. ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de 15 cm. de lado?.
2. ¿Cuál es el perímetro de un pentágono de 186 cm. de lado?.
3. ¿Cuál es el perímetro de un hexágono de 146 cm. de lado?.
4. ¿Cuál es el perímetro de un octógono de 358 cm. de lado?.
5. ¿Cuál es el perímetro de un triángulo de 139 cm. de lado?.
6. ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de 246 cm. de lado?.
7. ¿Cuál es el perímetro de un hexágono de 10 cm. de lado?.
8. ¿Cuál es el perímetro de un eneágono de 278 cm. de lado?.
9. ¿Cuál es el perímetro de un decágono de 121 cm. de lado?.
10. ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado de 254 cm. de lado?.

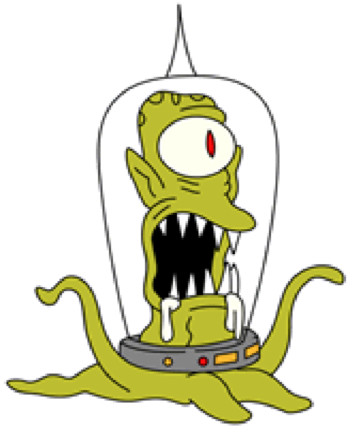
Resolver el siguiente problema:

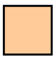
Avelino cambió las baldosas de su cuarto y ahora va a colocar el zócalo. el cuarto mide 3 metros de ancho y 4 metros de largo. El plano del cuarto se presenta en la figura siguiente. ¿Cuántos metros de zócalo necesita para cubrir todo el cuarto, excepto la puerta que mide 1 metro de ancho?

ÁREA

Si quieres cambiar las losas de tu casa o poner alfombra en tu habitación es necesario medir la región que vas a cubrir. La medida de esta región se le llama área.
El área de un polígono es la medida de la región que está en el interior de éste.

Área de rectángulos:



Polígono	Largo	Ancho	Área
	10	10	100
	8	5	40
	12	8	96

¿Qué puedes concluir de ésta tabla?

El área es el resultado de multiplicar el largo por el ancho de cada rectángulo. Es decir:

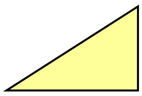
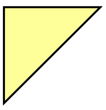
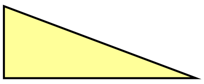
El área de un rectángulo = largo x ancho (base x altura)

En el caso del cuadrado, por tener la misma medida sus lados, resulta:
Área de un cuadrado = lado x lado = lado² ($lado^2$)

- **Resolver el siguiente problema:**

José quiere cambiar los azulejos de la pared de su baño. Toma las medidas y obtiene que mide 3 metros de alto y 2,5 metros de ancho. ¿Cuál es la cantidad mínima de azulejos que necesita si cada uno mide 20 cm^2

Área de triángulos:

Polígono	Largo	Ancho	Área
	8	5	20
	10	10	50
	12	8	48

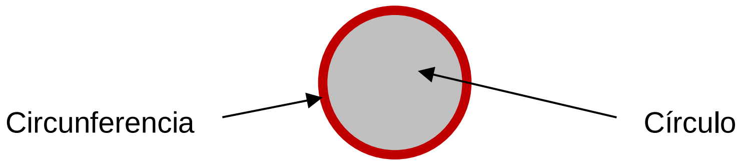
¿Cuál es el producto de multiplicar la base por la altura para el primer triángulo?

El producto es 40, sin embargo el área es 20 o sea la mitad de 40. Si se observa en todos los casos se concluye lo siguiente: el área de un triángulo es la mitad de la base por la altura.

Área de un triángulo =1/2 (base x altura)

EL CÍRCULO

Al igual que los polígonos, el círculo es una figura que se utiliza en distintas profesiones. Las propiedades de los círculos fueron estudiadas por los matemáticos de la antigüedad, tales como Euclides, Arquímedes y Pitágoras. Las partes del círculo son:



En una *circunferencia* todos sus puntos están en la misma distancia del centro. A este distancia fija se le llama *radio*. La parte del plano limitada por la circunferencia se llama círculo. Toda recta que pasa por el centro corta la circunferencia en dos puntos. La distancia entre dichos puntos se llama diámetro. La medida del diámetro es el doble de la medida del radio.

PERÍMETRO:

Es la medida de la circunferencia y se determina multiplicando la medida del diámetro por π (su valor aproximado es 3, 14159265…). Como el diámetro es el doble del radio, también se determinar el perímetro multiplicando dos veces el radio por π.

Es decir:

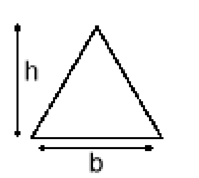
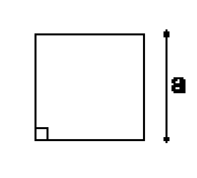
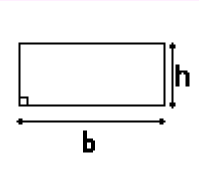
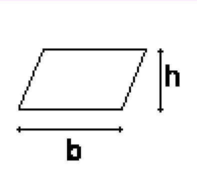
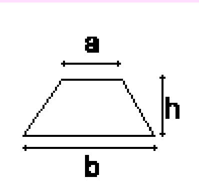
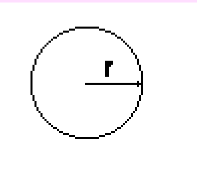
$$P = d.\pi = 2.r.\pi \qquad \text{con d = diámetro y r = radio}$$

ÁREA

En caso de hallar la medida de la región circular se debe calcular el área del círculo.

$$A = \pi . r^2$$

ÁREAS DE FORMAS PLANAS

	Triángulo Área = ½b×h b = base h = altura vertical		Cuadrado Área = a^2 a = longitud del lado
	Rectángulo Área = b×h b = anchura h = altura		Paralelogramo Área = b×h b = anchura h = altura
	Trapecio Área = ½(a+b)h h = altura vertical		Círculo Área = πr^2 Circunferencia=$2\pi r$ r = radio

Resuelve los siguientes problemas:

1- Reinaldo está haciendo un diseño circular con las plantas en su jardín. ¿Cuántos metros de verja debe comprar para proteger las plantas si el diámetro del círculo es de 4,5 metros? Para el mismo jardín quiere comprar césped. ¿Cuántos metros cuadrados necesitará?

2- La caja de 45 losas de vinyl para piso tamaño 30 x 30 cm está en oferta a $29. ¿Cuánto mide el área que va a cubrir Débora si su cuarto mide 4m de largo y 3 metros de ancho y el otro cuarto es cuadrado con un lado de 2,50m? ¿Cuántas cajas de baldosas tiene que comprar? ¿Cuánto gastará?

3- Gilberto acaba de terminar la construcción de su casa de fin de semana. Ahora va a medir cuantos metros de verja de alambre hacen falta para rodear el patio que tiene 50 metros de largo y 3 metros de ancho. ¿Cuántos metros de verja deberá comprar?

4- Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles de 12cm de base y 8 cm de altura.

5- Calcula el área y el perímetro de un círculo de 6m de radio.

NÚMEROS FRACCIONARIOS

¡¡¡¡Hola a todos!!!!

Una fracción es el cociente de dos números enteros a y b, que representamos de la siguiente forma:

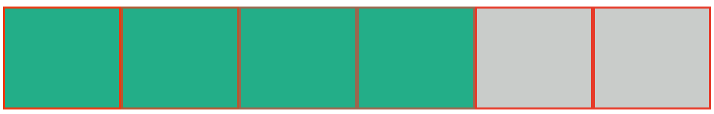
$$\frac{a}{b} \qquad b \neq 0$$

b: *denominador*, indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

a: numerador, indica el numero de unidades fraccionarias elegidas.

Representación de fracciones

$\frac{2}{3}$



$\frac{4}{6}$

SUMA Y RESTA DE NUMEROS FRACCIONARIOS

Con el mismo denominador: Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \qquad \frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b} \qquad \frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

Con distinto denominador

- Se reducen los denominadores a común denominador:

1º Se determina el denominador común, que será el mínimo común múltiplo de los denominadores.

2º Este denominador, común, se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente.

- Se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d+b.c}{b.d} \rightarrow Ej{:}\ \frac{5}{3}+\frac{1}{4}=\frac{20+3}{12}=\frac{23}{12}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \qquad \frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{15-2}{12}=\frac{13}{12}$$

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

El producto de dos fracciones es **otra fracción** que tiene:
Por **numerador el producto de los numeradores.**
Por **denominador el producto de los denominadores.**

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \qquad \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{24}$$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

El cociente de dos fracciones es **otra fracción** que tiene:

Por **numerador el producto de los extremos**.

Por **denominador el producto de los medios**.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c} \qquad \frac{5}{7}:\frac{1}{6}=\frac{30}{7}.$$

¡¡Recuerda separar en términos!!

1.- Halla el resultado simplificado de las siguientes expresiones.

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ b) $\frac{3}{4}-\frac{2}{10}$ c) $\frac{4}{5}+\frac{6}{7}-\frac{3}{10}$ d) $\frac{7}{5}+\frac{3}{-2}+\frac{-1}{2}$ e) $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{15}$

f) $\frac{3}{5}:\frac{4}{15}$ g) $\frac{-3}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{-5}\right)$ h) $\frac{4}{7}:\left(3+\frac{-5}{4}\right)$ i) $\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{-3}\right)\cdot\left(\frac{3}{6}-1\right)$

j) $\frac{3}{8}\cdot\left[1-2\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{-6}\right)\right]$ k) $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)\cdot\left[\frac{4}{3}-\frac{1}{5}:\left(2-\frac{5}{3}\right)\right]$ l) $\frac{3}{2}-\frac{5}{4}\cdot\frac{2}{-15}\cdot 6+\frac{1}{4}$

m) $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}-\frac{7}{3}=$ n) $\frac{2}{7}-3.\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{9}\right)+16=$ ñ) $\frac{5}{2}.\frac{6}{7}.\frac{1}{5}=$

o) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}:\frac{4}{7}-2.\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}\right)=$ p) $\frac{2}{7}:\frac{4}{5}=$ q) $\dfrac{\frac{2}{4}+6-\frac{5}{3}}{1+\frac{4}{5}}=$

r) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\left(\frac{6}{5}-\frac{2}{7}\right)=$ s) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5-3\cdot\left(4:\frac{3}{5}+1\right)$

t) $\dfrac{\frac{3}{4}-\frac{4}{3}}{5-\frac{3}{2}}$ u) $\dfrac{\frac{7}{5}+\frac{3}{2}}{1+\frac{5}{3}\cdot\frac{6}{15}}$ v) $\dfrac{3-\frac{2}{3}+\frac{-2}{5}}{2\cdot\frac{3}{2}+2}$ w) $\dfrac{2-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{-5}\right)}{2+(3-(2+-5))}+1$

x) $\dfrac{3-\left(2+\frac{1}{3}\right)\cdot 3}{-1-\frac{2}{4}\cdot\frac{6}{3}}-(2-(5-(-4)))$ y) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)}$ z) $\left(\frac{2}{3}+\frac{-7}{2}+\frac{5}{-6}+\frac{1}{4}\right):\left(\frac{4}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)$

2.- En una encuesta realizada al alumnado de un centro escolar sobre sus preferencias en deportes se obtuvieron los siguientes resultados que indica la tabla:

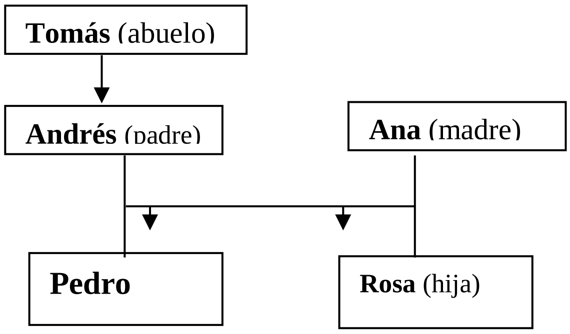
Preferencias	**Número de alumnos/as**
Fútbol	$\frac{5}{7}$ del total
Baloncesto	267
Otros deportes	$\frac{2}{14}$ del total

a) ¿Cuántos alumnos realizaron la encuesta?

b) ¿Cuántos prefieren fútbol?

c) ¿Cuántos prefieren otros deportes?

3. La familia de Pedro está formada por 5 miembros.



- La edad de cada miembro es la mitad del que le precede.
- Los padres tiene la misma edad.
- La edad de Rosa es $\frac{3}{8}$ de la de Ana.
- Rosa tiene 15 años.

Calcula la edad de cada uno.

4. Juan gastó el sábado la mitad del dinero que le dio su padre para toda la semana. El domingo gastó la tercera parte de lo que le quedaba. Y ya sólo le queda lo justo para el autobús que tiene que tomar los restantes días de la semana para ir a la escuela ($2 de ida y vuelta). ¿Cuánto dinero le dio esta semana su padre?

POTENCIA DE UN NÚMERO FRACCIONARIO

Para elevar una **fracción** a una **potencia** se eleva tanto el **numerador** como el **denominador** al **exponente**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

PROPIEDADES:

Potencia 0	$\left(\frac{5}{8}\right)^0 = 1$
Potencia 1	$\left(\frac{5}{8}\right)^1 = \frac{5}{8}$

Potencia negativa	$\left(\frac{5}{8}\right)^{-1}=\frac{8}{5}\quad\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}=\left(\frac{8}{5}\right)^{2}=\frac{64}{25}$
Base negativa, exponente par es siempre positivo	$\left(\frac{-3}{5}\right)^{2}=\frac{9}{25}$
Base negativa exponente impar es siempre negativo	$\left(\frac{-3}{5}\right)^{3}=\frac{-27}{125}$
Producto de potencias de igual base	$\left(\frac{1}{4}\right).\left(\frac{1}{4}\right)^{2}=\left(\frac{1}{4}\right)^{(1+2)}=\left(\frac{1}{4}\right)^{3}=\frac{1}{64}$
División de potencias de igual base	$\left(\frac{1}{3}\right)^{5}:\left(\frac{1}{3}\right)^{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{(5-3)}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1}{9}$
Potencia de potencia	$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right]^{3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{(2.3)}=\left(\frac{1}{2}\right)^{6}=\frac{1}{64}$

1. Realiza las siguientes operaciones con potencias de fracciones, en caso de ser posible, aplica propiedades:

$a)\left(\frac{2}{3}\right)^{2}.\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=$

$b)\left(\frac{2}{3}\right)^{2}.\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

$c)\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=$

$d)\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

$e)\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=$

$f)\left(\frac{2}{3}\right)^{2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=$

$g)\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=$

$h)\left(\frac{2}{3}\right)^{2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

$i)\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

$j)\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

$k)\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3}=$

$l)\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{3}\right\}^{-4}=$

2. Halla las **operaciones** de **fracciones con potencias**:

$a)\ \dfrac{\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}}{\left[\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right]^{-1}} =$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{6} : \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} =$

3- Aplicar la propiedad distributiva

$a)\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{10}\right)^{2} =$

$b)\left[\left(\frac{-1}{2}\right)\cdot\left(\frac{-1}{4}\right)\cdot(-1)\right]^{3} =$

$c)(7:12)^{-2} =$

$d)\left[(-4):\frac{1}{3}\right]^{3} =$

$e)\left[\left(-\frac{3}{5}\right):\left(\frac{2}{7}\right)\right]^{2} =$

$f)\left[\left(\frac{-4}{3}\right)\cdot\left(\frac{-15}{4}\right)\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)\cdot(-3)\right]^{-1} =$

RADICACIÓN DE UN NÚMERO FRACCIONARIO

Para calcular la raíz de una **fracción** se calcula la raíz del **numerador** como del **denominador**

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \qquad \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{2}{3}$$

PROPIEDADES:

Propiedad distributiva ***(Se aplica con la multiplicación y división)***	$\sqrt{\frac{81}{100}\cdot\frac{9}{4}} = \frac{9}{10}\cdot\frac{3}{2} = \frac{27}{20}$

Raíz de índice par y radicando positivo tiene signo positivo	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$
Raíz de índice impar y radicando positivo tiene resultado positivo	$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$
Raíz de índice impar y radicando negativo resultado negativo.	$\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$
Raíz de índice par y radicando negativo carece de solución en el campo de los números racionales.	$\sqrt{-\frac{4}{9}} = no.tiene.solución$
Se simplifican la raíz y la potencia.	$\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2 = \frac{1}{4}$

OPERACIONES COMBINADAS

Prioridades
1º. Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves.
2º. Calcular las potencias y raíces.
3º. Efectuar los productos y cocientes.
4º. Realizar las sumas y restas.

Resuelve las siguientes operaciones combinadas

$$a)\frac{\left(2-\frac{1}{5}\right)^2}{\left(3-\frac{2}{9}\right)^{-1}} : \frac{\left(\frac{6}{7}.\frac{5}{4}-\frac{2}{7}:\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}.\frac{1}{4}:\frac{1}{5}\right)} - 5\frac{1}{7} =$$

$$b)\frac{2}{3}:\left[5:\left(\frac{2}{4}+1\right)-3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\right]=$$

$$c)\left[\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13\left(\frac{2}{3}-1\right)^2\right]:\left[\left(\frac{1}{2}-1\right):2\frac{1}{2}\right]=$$

$$d)\left[\left(2-1\frac{3}{5}\right)^{2}+\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{6}{5}.\frac{1}{3}\right)^{4}.\left(7\frac{1}{2}\right)^{3}\right]:\left(5-\frac{6}{5}\right)=$$

$$e)(2^{-1}+1^{3}):(2^{-2}-3^{-1})-(1-2^{-1})=$$

$$f)\left[(-2)^{-2}-(-1-1)^{-3}+(-3+1)^{-1}\right]:(-2)-\left[\left(-2+\frac{1}{2}\right)^{-2}-2\right]=$$

$$g)\frac{(-2)^{4}:(-2)^{-1}}{2}-\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{\frac{4}{27}}+\left(\frac{-1}{2}-\frac{3}{4}\right)^{-1}=$$

$$h)\ \frac{12}{5}:\frac{3}{5}-\frac{3}{7}:6-\frac{1}{\frac{7}{50}}+\frac{\sqrt{3:\frac{1}{3}}}{14}=$$

PROPORCIONALIDAD

Razón es el cociente entre dos números o dos cantidades comparables entre sí, expresado como fracción.

$\frac{a}{b}$ $a \rightarrow$ antecedente
$b \rightarrow$ consecuente

Proporción

Una **proporción** es una igualdad entre dos **razones**.

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $a, d \rightarrow$ extremos
$b, d \rightarrow$ medios

$a \cdot d =$

Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.

Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple...** cantidad de la primera corresponde **doble, triple...** cantidad de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **directamente proporcionales**.

Ejemplo
Un saco de papas pesa 20 kg. ¿Cuánto pesan 2 sacos?
Un cargamento de papas pesa 520 kg ¿Cuántos sacos de 20 kg se podrán hacer?

Número de sacos	1	2	3	...	26	...
Peso en kg	20	40	60	...	520	...

Para pasar de la 1ª fila a la 2ª basta multiplicar por 20
Para pasar de la 2ª fila a la 1ª dividimos por 20

Observa que	$\frac{1}{20} = \frac{2}{40} = \frac{3}{60} = ...$

Las magnitudes **número de sacos** y **peso en kg** son **directamente proporcionales**.
La **constante de proporcionalidad** para pasar de número de sacos a kg es 20.

Regla de tres simple directa

Dadas dos magnitudes, se conocen la equivalencia entre un valor de una y el valor de la otra. Entonces para cada nuevo valor que se dé a una magnitud calculamos el valor proporcional de la segunda magnitud

Magnitud A Magnitud B

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array}\right\} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{x} \quad x = \frac{b \cdot c}{a}$$

- Ana compra 5 kg de papas, si 2 kg cuestan $1.80, ¿cuánto pagará Ana?
Son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que **a más** kilos, **más** pesos.

2 kg $\xrightarrow{D}$ $1.80
5 kg $\longrightarrow$ $x

$$\frac{2}{5} = \frac{1{,}80}{x} \Rightarrow 2.x = 5.1{,}80 \Rightarrow x = \frac{5.1{,}80}{2} = \$4{,}50$$

Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción.

Si dos magnitudes son tales que a **doble, triple...** cantidad de la primera corresponde la **mitad**, la **tercera parte**... de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son **inversamente proporcionales.**

Ejemplo

Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

En este caso a doble número de trabajadores, el trabajo durará la mitad; a triple número de trabajadores, el trabajo durará la tercera parte, etc. Por tanto, las **magnitudes** son **inversamente proporcionales (también se dice que son indirectamente proporcionales)**.

Formamos la tabla:

Hombres	3	6	9	...	18
Días	24	12	8	...	?

Vemos que los productos 3 por 24 = 6 por 12 = 9 por 8 = 72

Por tanto 18 por x = 72

O sea que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo

Nótese que aquí la constante de proporcionalidad, que es 72, se obtiene multiplicando las magnitudes y que su producto será siempre igual.

Importante:

Como regla general, la constante de proporcionalidad entre dos magnitudes inversamente proporcionales se obtiene multiplicando las magnitudes entre sí, y el resultado se mantendrá constante.

Regla de tres simple inversa

Dadas dos magnitudes, se conocen la equivalencia entre un valor de una y el valor de la otra. Entonces para cada nuevo valor que se de a una magnitud calculamos el valor proporcional inverso de la segunda magnitud

Magnitud A   Magnitud B

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array}\right\} \quad \frac{a}{c}=\frac{x}{b} \quad x=\frac{a\cdot b}{c}$$

- 3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

Son magnitudes **inversamente proporcionales**, ya que a **más** obreros tardarán **menos** horas.

$$\begin{array}{lll} 3 \text{ obreros} & \xrightarrow{\mathrm{I}} & 12 \text{ h} \\ 6 \text{ obreros} & \longrightarrow & x \text{ h} \end{array}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{x} \qquad x = \frac{12\cdot 3}{6} = 6 \text{ h}$$

Identifica el tipo de proporcionalidad y resuelve los siguientes problemas:

a) En un día de trabajo de 8 horas, un obrero ha hecho 10 cajas. ¿cuántas horas tardará en hacer 25 de esas mismas cajas?

b) A razón de 70 km/h un automovilista emplea 2 hs para recorrer cierta distancia. ¿qué tiempo empleará para recorrer la misma distancia a razón de 45 k/h?

c) Si para pintar 180 m2 se necesitan 24 kg de pintura. ¿Cuántos kg se necesitarán para pintar una superficie rectangular de 120 m2?

d) Un trabajo puede ser realizado por 80 obreros en 42 días. Si el plazo para terminarlo es de 30días ¿cuántos obreros deberán aumentarse?

e) Un automóvil recorre 50 km en 32 minutos. ¿en qué tiempo recorrerá 30 km?

f)Un ganadero tiene 36 ovejas y alimento para ellas por el término de 28 días. Con 20 ovejas más, sin disminuir la ración diaria y sin agregar forraje ¿durante cuántos días podrá alimentarlas?

g) Un panadero vende 2 bollos de pan por $0,70. Si una persona se lleva 120 bollos para su restaurante ¿Cuánto le cuesta?

h) Tres pintores tardan 10 días en pintar una tapia. ¿Cuánto tardarán seis pintores en hacer el mismo trabajo?

i) Por tres horas de trabajo, Pedro ha cobrado 60 euros. ¿Cuánto cobrará por 8 horas?

j) Tres obreros descargan un camión en dos horas. ¿Cuánto tardarán con la ayuda de dos obreros más?

k) Una moto va a 50 km/h y tarda 40 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto tardará un coche a 120 Km/h?.

l) Por 5 días trabajados Juan ha ganado 390 pesos. ¿Cuánto ganará por 18 días?

PORCENTAJE

1) Resolver:

El 60% de 950 es: ______

Si 200 lo incrementamos en un 105 % obtenemos: ______

El ______ **% de 400 es 760**

El 165% de 400 es ______

El 105% de ______ **es 525**

Si 425 lo incrementamos en un 20 % obtenemos ______

Si 700 disminuye en un 95% queda ______

2) Resolver los siguientes problemas:

a) Una bicicleta de montaña cuesta $1450, pero en la tienda hacen una rebaja del 15 %, ¿Cuánto pagará por la bicicleta finalmente?

b) Si por una prenda de ropa que costaba 80 pesos he pagado 60 pesos, ¿Qué porcentaje de descuento me han hecho?

c) Al comprar un monitor que cuesta $950 nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar?

d) Al adquirir un vehículo cuyo precio es de $8800, nos hacen un descuento del 7,5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

e) Al comprar un monitor que cuesta $450 nos hacen un descuento del 8%. ¿Cuánto tenemos que pagar?

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una Expresión algebraica es una operación matemática en la que intervienen número y letras. Es la forma en que las matemáticas modelan fenómenos

Monomio: Solo figuran las operaciones de multiplicación y potenciación de exponente natural. Ejemplo: $\frac{3}{5}m^2n^5$

Términos semejantes: Los términos semejantes son aquellos que tienen la misma letras y con igual exponente respectivamente. Por ejemplo son términos semejantes a^2 con $5a^2$ y -$4ax^2$ con $3/5x^2$. Los términos $3ab^2\ y\ 2a^2b$ **NO** son términos semejantes

Partes de un monomio:

Coeficiente ← $\mathbf{32}\ \underbrace{\boldsymbol{x^5\,y^3}}_{\text{Parte literal}}$

Grado de un monomio: Es el número de factores literales que figuran en el mismo.

Ejemplos: $\mathbf{5x^4y^2z = 5xxxxyyz}$ → **Es de grado 7**

$\mathbf{3x^3y^2 = 3xxxyy}$ → **Es de grado 5**

Polinomios: Es la suma algebraica de monomios.

Un POLINOMIO es una expresión algebraica de la forma:

$P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$

Siendo a_0, a_1, a_2, a_3, a_n números llamados coeficientes.

n: un número natural
x: la variable
a_0: es el término independiente.

__nomio:__ Está dado por el grado del monomio de mayor grado que interviene

- Di si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

a) $x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$

b) $2\sqrt{x} + 7X^2 + 2$

c) $1 - x^4$

d) $\frac{2}{x^2} - x - 7$

e) $x^3 + x^5 + x^2$

f) $x - 2x^{-3} + 8$

g) $x^3 - x - \frac{7}{2}$

Polinomio completo

Es aquel que tiene todos los términos desde el término independiente hasta el término de mayor grado

Polinomio ordenado

Un polinomio puede ordenarse de forma creciente o decreciente, siendo los de orden creciente aquellos que tienen a sus monomios ordenados de menor a mayor, y los de orden decreciente los que se ordenan de mayor a menor.
Por ejemplo, el polinomio $3x^5-x^4+2x^2+5$ esta ordenado en forma decreciente, y el polinomio $2x^2+7x^3-6x^5$ esta ordenado de forma creciente.

- ***Escribe:***

a) Un polinomio ordenado sin término independiente.

b) Un polinomio no ordenado y completo.

c) Un polinomio completo sin término independiente.

d) Un polinomio de grado 4, completo y con coeficientes impares

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Suma de polinomios

Para sumar dos polinomios es necesario ordenarlos y completarlos, luego se suman los coeficientes de los términos semejantes.

Ej:

$$\begin{array}{l} 7x^5+0x^4+3x^3+4x^2-2x \\ \underline{5x^5+0x^4+0x^3\ \ -x^2\ \ -x} \\ 12x^5+0x^4+3x^3+3x^2-3x \end{array}$$

La **diferencia** consiste en **sumar el opuesto del sustraendo**.

- Dados los polinomios:

$P(x) = 4x^2 - 1$

$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

$R(x) = 6x^2 + x + 1$

$S(x) = 1/2x^2 + 4$

$T(x) = 3/2x^2 + 5$

$U(x) = x^2 + 2$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x)$

b) $P(x) - U(x)$

c) $P(x) + R(x)$

d) $P(x) - R(x)$

e) $S(x) + R(x) + U(x)$

f) $S(x) - R(x) + U(x)$

- Dados los polinomios:

$P(x) = x^4 - 2x^2 - 6x - 1$

$Q(x) = x^3 - 6x^2 + 4$

$R(x) = 2x^4 - 2x - 2$

- **Calcula:**

a) $P(x) + [Q(x) - R(x)] =$

b) $P(x) - [Q(x) - R(x)] =$

c) $Q(x) + R(x) - P(x) =$

Multiplicación de polinomios

Producto de un número por un polinomio

Es otro **polinomio** que tiene de **grado** el **mismo** del polinomio y como **coeficientes** el **producto de los coeficientes del polinomio por el número**.

Producto de un monomio por un polinomio

Es el polinomio que resulta de **multiplicar el monomio** por todos y **cada** uno de los **monomios que forman el polinomio**.

$$
\begin{array}{ll}
P(x)= & 2x^5+3x^4-2x^3-x^2+2x \\
Q(x)= & \underline{\hspace{5em} 2x^3}
\end{array}
$$

$$P(x).Q(x)= 4x^8+6x^7-4x^6-2x^5+4x^4$$

Multiplicación de polinomios

1 Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los monomios del segundo polinomio (propiedad distributiva).

2 Se suman los monomios del mismo grado.

Multiplica:

a) $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) =$

b) $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) =$

c) $(2x^2 - 5x + 6) \cdot (3x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 4x - 3)=$

División de polinomios

P(x) : Q(x)

A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio **no es completo**, es necesario completarlo y ordenarlo de forma decreciente

A la derecha situamos el divisor.

Dividimos el primer monomio del dividendo con el primer monomio del divisor.

Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

Volvemos a dividir el primer monomio del dividendo con el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

Repetimos el proceso anterior hasta que el **grado del resto sea menor que el grado del divisor**, y por tanto no se puede continuar dividiendo

Ej:

$$
\begin{array}{l|l}
4x^4-2x^3+6x^2-8x-4 & 2x \\ \hline
\underline{-4x^4} & 2x^3-x^2+3x-4 \\
\quad 0-2x^3 & \\
\quad\quad \underline{+2x^3} & \\
\quad\quad\quad 0+6x^2 & \\
\quad\quad\quad\quad \underline{-6x^2} & \\
\quad\quad\quad\quad\quad 0-8x & \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad \underline{+8x} & \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0-4 &
\end{array}
$$

$$\boxed{\begin{array}{l} P(x):Q(x)= 2x^3-x^2+3x-4 \\ R= -4 \end{array}}$$

Para comprobar si la operación es correcta, utilizaremos la prueba de la división: $D = d \cdot c + r$

Divide y verifica tus resultados:

a) $(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) : (x^2 + 3x - 2) =$

b) $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) : (x^2 - x + 3) =$

c) $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$ y $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

REGLA DE RUFFINI

Si el **divisor es un binomio de la forma x ± a**, entonces utilizamos un **método más breve** para hacer la **división**, llamado **REGLA DE RUFFINI** .

Dada la siguiente operación: $(x^4 - 3x^2 + 2):(x - 3)$, para resolverla por Ruffini, debemos realizar los siguientes pasos:

1-Si el polinomio no es completo, lo completamos.	$x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 0x + 2$
2-Colocamos los coeficientes del dividendo en una fila.	$1 \quad 0 \quad -3 \quad 0 \quad 2$
3-Abajo a la izquierda colocamos el opuesto del término independiente del divisor.	$\begin{array}{llllll} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & & & & \end{array}$
4-Trazamos dos línea en cruz y bajamos el primer coeficiente.	$\begin{array}{l\|lllll} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & & & & \\ \hline & 1 & & & & \end{array}$
5-Multiplicamos ese coeficiente por el divisor y lo colocamos debajo del siguiente término.	$\begin{array}{l\|lllll} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & & & & \end{array}$
6-Sumamos.	$\begin{array}{l\|lllll} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & & & \\ \hline & 1 & 3 & & & \end{array}$

7-Repetimos los pasos 5y 6las veces que fuera necesarias.	$\begin{array}{c\|ccccc} & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 3 & & 3 & 9 & 18 & 54 \\ \hline & 1 & 3 & 6 & 18 & \boxed{56} \end{array}$
8-El último número obtenido es el resto.	$Resto \rightarrow 56$
9-El cociente es un polinomio de grado inferior en una unidad al dividendo y cuyos coeficientes son los que hemos obtenido.	$x^3 + 3x^2 + 6x + 18$

Teorema del resto

El resto de la división de un polinomio P(x), por un binomio de la forma x $\pm$ a es el valor numérico de dicho polinomio para x = $\mp$a.

- Divide por Ruffini:

a) $(x^3 + 2x + 70) : (x + 4) =$

b) $(x^5 - 32) : (x - 2) =$

c) $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3) =$

- Halla el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^5 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$

b) $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) : (x + 2)$

c) $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x - 3)$

- Indica cuáles de estas divisiones son exactas:

a) $(x^3 - 5x - 1) : (x - 3)$

b) $(x^6 - 1) : (x + 1)$

c) $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1) : (x - 1)$

d) $(x^{10} - 1024) : (x + 2)$

IDENTIDADES NOTABLES

1- Binomio al cuadrado

Es igual al cuadrado del primero más (o menos) doble producto del primero por el segundo más cuadrado del segundo.

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$

2- Suma por diferencia

Es igual a la diferencia de cuadrados.

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

3- Binomio al cubo

Es igual al cubo del primero más triple del cuadrado del primero por el segundo más triple del cuadrado del segundo por el primero más cubo del segundo.

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$

4- Diferencia de cuadrados

Una diferencia de cuadrados es igual a suma por diferencia.

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

5- Trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es igual a un binomio al cuadrado.

$a^2 \pm 2\,a\,b + b^2 = (a \pm b)^2$

6- Trinomio de segundo grado

$a\,x^2 + bx + c = a \cdot (x - x_{1)}) \cdot (x - x_{2)})$

Calcula:

a) $\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right)^2 =$

b) $(x + 5)^2 =$

c) $(2x - 5)^2 =$

d) $(3x - 2)^2 =$

e) $(2x - 3)^3 =$

f) $(x + 2)^3 =$

g) $(3x - 2)^3 =$

h) $(2x + 5)^3$

i) $(3x - 2) \cdot (3x + 2) =$

j) $(x + 5) \cdot (x - 5) =$

k) $(3x - 5) \cdot (3x - 5) =$

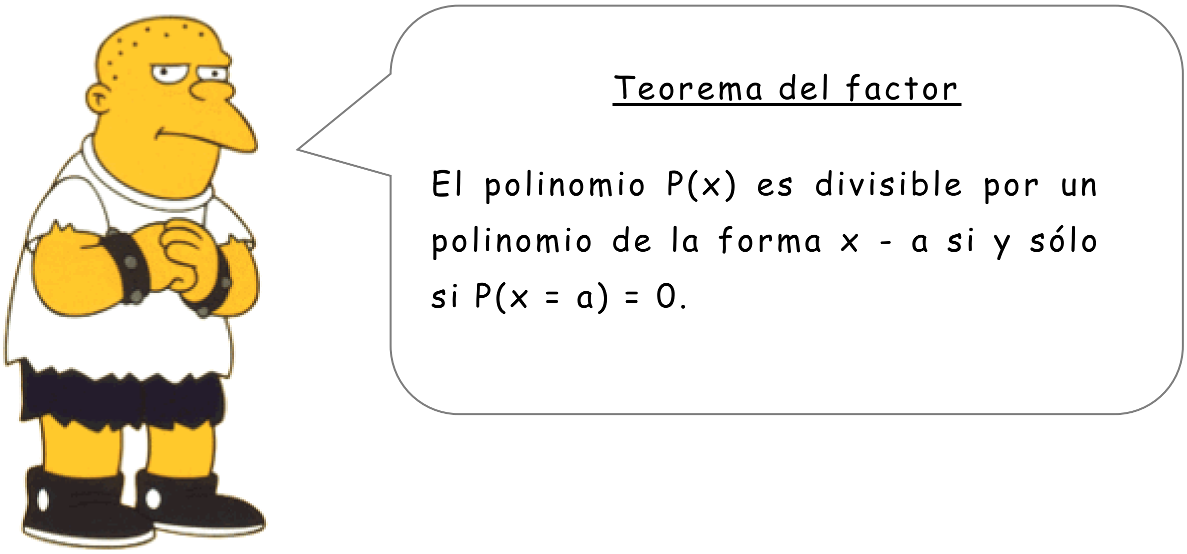
l) $(x^2 - x + 1)^2 =$

m) $8x^3 + 27 =$

n) $8x^3 - 27 =$

o) $(x + 2)\,(x + 3) =$

FACTORIZACIÓN E UN POLINOMIO



Al valor **x = a** se le llama **RAÍZ** o **CERO** de P(x).

Observaciones

1-Los ceros o raíces son divisores del término independiente del polinomio.

2-A cada raíz del tipo x = a le corresponde un binomio del tipo (x − a).

3-Podemos expresar un polinomio en factores al escribirlo como producto de todos los binomios del tipo x — a, que se correspondan a las raíces x = a que se obtengan.

4-La suma de los exponentes de los binomios ha de ser igual al grado del polinomio.

5-Todo polinomio que no tenga término independiente admite como raíz x = 0, ó lo que es lo mismo, admite como factor x.

6-Un polinomio se llama irreducible o primo cuando no puede descomponerse en factores.

- Comprueba si los siguientes polinomios tienen como factores los que se indican:

a) $(x^3 - 5x - 1)$ tiene por factor $(x - 3)$

b) $(x^6 - 1)$ tiene por factor $(x + 1)$

c) $(x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 1)$ tiene por factor $(x - 1)$

d) $(x^{10} - 1024)$ tiene por factor $(x + 2)$

- Halla **a** y **b** para que el polinomio (x^5 − **a**.x + **b**) sea divisible por $(x^2 - 4)$

- Determina los coeficientes de a y b para que el polinomio $x^3 + ax^2 + bx + 5$ sea divisible por $x^2 + x + 1$.

- Encuentra el valor de k para que al dividir $2x^2 - kx + 2$ por $(x - 2)$ dé de resto 4.

-Determina el valor de m para que $3x^2 + mx + 4$ admita $x = 1$ como una de sus raíces.

-Halla un polinomio de cuarto grado que sea divisible por $x^2 - 4$ y se anule para $x = 3$ y $x= 5$.

- Calcula el valor de a para que el polinomio $x^3 - ax + 8$ tenga la raíz $x = -2$, y calcular las otras raíces.

Métodos para factorizar un polinomio

Sacar factor común

Consiste en aplicar la propiedad distributiva.

a · b + a · c + a · d = a (b + c + d)

<u>**Polinomio de grado superior a dos.**</u>

Utilizamos el teorema del resto y la regla de Ruffini.

1-Tomamos los divisores del término independiente: ±1, ±2, ±3.

2-Aplicando el **teorema del resto** sabremos para que valores la división es exacta.

3-Dividimos por Ruffini.

4-Por ser la división exacta, **D = d · c**

5-Continuamos realizando las mismas operaciones al segundo factor, y los nuevos que obtengamos, hasta que sea de grado uno o no se pueda descomponer en factores reales.

- Factorea y calcula las raíces de los siguientes polinomios

a) $x^3 + x^2$

b) $2x^4 + 4x^2$

c) $x^2 - 4$

d) $x^4 - 16$

e) $9 + 6x + x^2$

f) $x^2 - x - 6$

g) $x^4 - 10x^2 + 9$

h) $x^4 - 2x^2 - 3$

i) $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$

j) $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3$

k) $x^3 - x^2 - 4$

l) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

m) $6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$

- Factorea los polinomios

a) $9x^4 - 4x^2 =$

b) $x^5 + 20x^3 + 100x =$

c) $3x^5 - 18x^3 + 27x =$

d) $2x^3 - 50x =$

e) $2x^5 - 32x =$

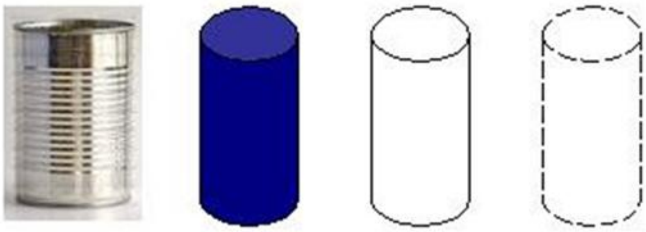
f) $2x^2 + x - 28 =$

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Los cuerpos geométricos son figuras idealizadas de objetos de la vida real.
Esos cuerpos físicos reales nos permiten construir el espacio geométrico. Los cuerpos geométricos no tienen existencia en el espacio físico, existen en nuestra mente, son entes abstractos.

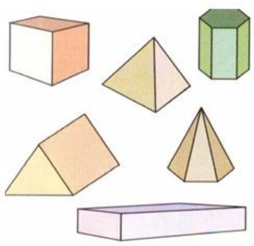
Cuando en la escuela nos presentan la caja de cuerpos geométricos, en realidad son objetos reales que nos ayudan a construir las figuras idealizadas en nuestra mente:

Puedes ver cómo es posible idealizar un objeto tan común como la lata.



Clasificación

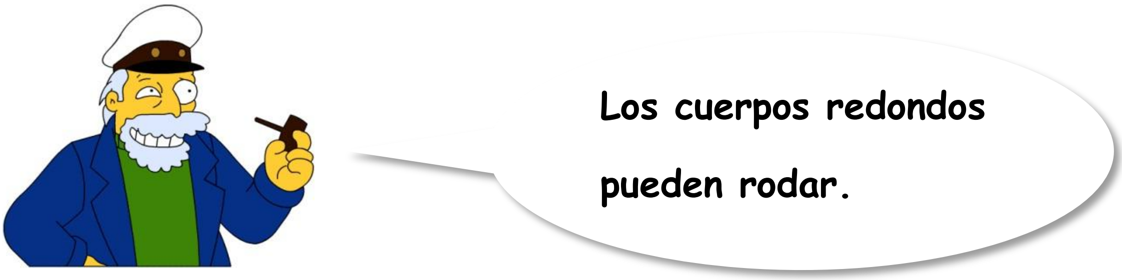
Se distinguen dos clases de cuerpos geométricos: **poliedros** y **cuerpos redondos**.



Observa estos cuerpos geométricos. Todos ellos están limitados por polígonos y se llaman poliedros. Los prismas y las pirámides son poliedros, pero hay además otros que conoceremos más adelante.

Poliedro es una porción de espacio limitada por polígonos.

Los cuerpos redondos son cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por figuras geométricas curvas, como por ejemplo el cilindro, el cono o la esfera.



- Indica si estos cuerpos son poliedros o redondos:

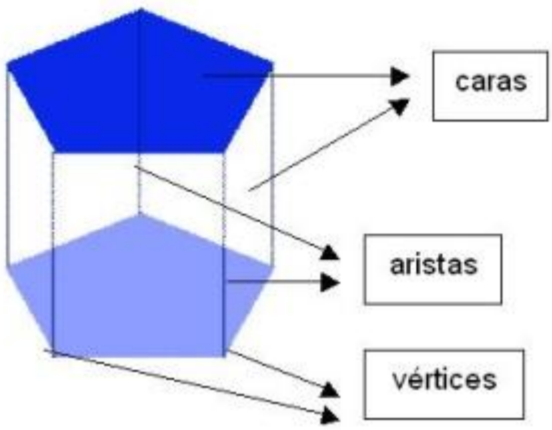





Poliedros

Como ya vimos un poliedro es una porción de espacio limitada por polígonos.

Elementos de un poliedro:



Esta figura es un poliedro que está formado por dos caras que son pentágonos y cinco caras laterales que son paralelogramos.

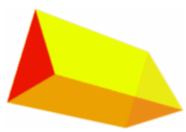
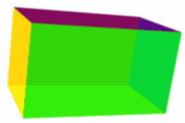
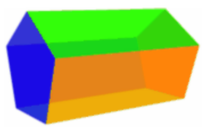
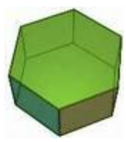
Este poliedro se llama prisma de base pentagonal.

En éste y en todos los poliedros puedes observar los siguientes elementos:

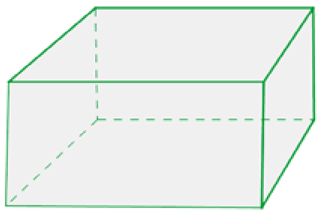
- Las caras de un poliedro, son los polígonos que lo limitan.
- Las aristas de un poliedro, son los lados de las caras.
- Los vértices de un poliedro, son los puntos donde se juntan tres o más aristas.

Prismas

- **Prismas** son los poliedros que están limitados por dos bases que son polígonos iguales y por caras laterales que son paralelogramos.
- Los prismas se nombran según el polígono de la base:

 prisma triangular	 prisma cuadrangular	 prisma pentagonal	 prisma hexagonal

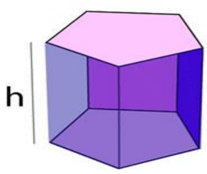
Cubo y ortoedro



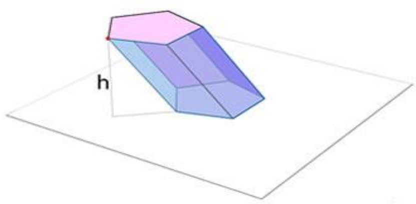
Dos prismas importantes son el cubo y el ortoedro.

- El **cubo** es un prisma que tiene seis caras que son cuadrados guales. Por eso el cubo es un es un poliedro regular.
- El **ortoedro** es un prisma que tiene las seis caras rectangulares

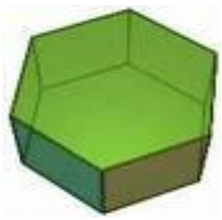
Prismas rectos, oblicuos y regulares



prisma recto



prisma oblicuo

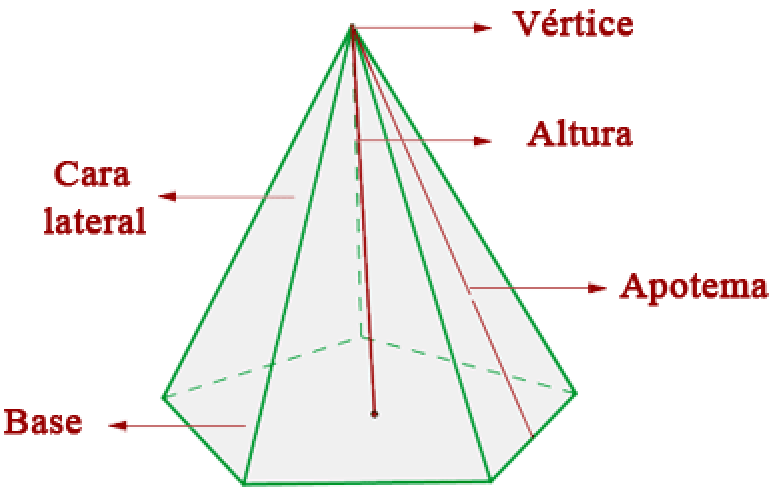


prisma regular

Prisma recto es el que tiene las aristas laterales perpendiculares a las bases.
En el prisma oblicuo las aristas laterales no son perpendiculares a las bases.
Prisma regular es el prisma recto que tiene por base un polígono regulare.
Los demás prismas regulares son poliedros irregulares.

Pirámides

Los elementos fundamentales de una pirámide son caras, aristas y vértices.



- Las **caras** pueden ser:

- **Base** de la pirámide, que es un polígono cualquiera.

- **Caras laterales** de la pirámide, son triángulos.

- **Las aristas pueden ser:**

- **Aristas básicas**, que son los lados de la base.

- **Aristas laterales**, que son los lados de las caras laterales que no son aristas básicas.

- **Los vértices pueden ser:**

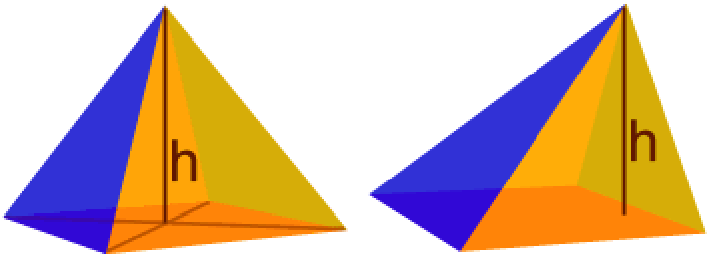
- **Vértices de la base**, que son los vértices del polígono de la base.

- **Vértice o cúspide** de la pirámide, que es el punto en el que se encuentran las aristas laterales.

- **La altura es la distancia del vértice a la base.**

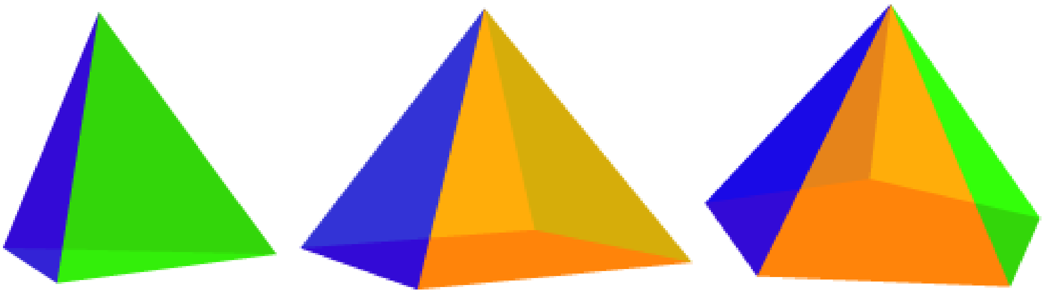
<u>Clases de pirámides</u>

Las pirámides se pueden clasificar de forma análoga a los prismas. Así, hay pirámides **rectas** y **oblicuas**, según que el centro del polígono de la base coincida o no con el pie de la altura de la pirámide, y **regulares** e **irregulares**, según que el polígono de la base sea o no regular.



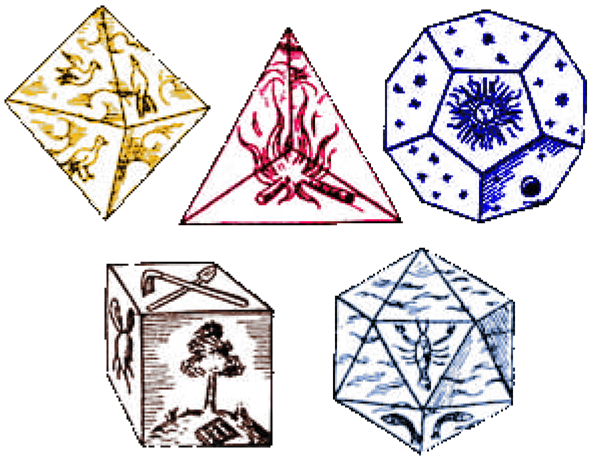
-------pirámide recta ---------------pirámide oblicua------------pirámide irregular

Así mismo, según el número de lados del polígono de la base, la pirámide será **triangular**, **cuadrangular**, **pentagonal**, etc.



Hay una pirámide regular, el tetraedro, que es también un poliedro regular. Las demás pirámides regulares son poliedros irregulares.

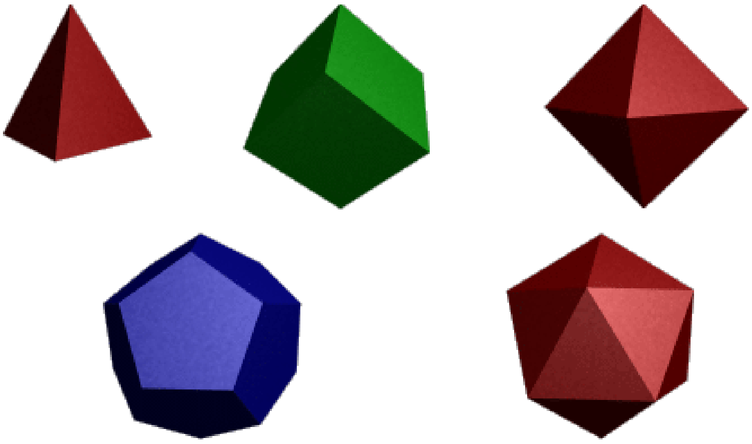
Poliedros regulares



Dentro de las infinitas formas poliédricas que existen hay unas que, por sus simetrías, han ejercido siempre una gran atracción sobre los hombres.
Se trata de los **poliedros regulares**, cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cuyos vértices concurren el mismo número de caras.
Platón, en su obra Timaeus, asoció cada uno de los cuatro elementos que según los griegos formaban el Universo, fuego, aire, agua y tierra a un poliedro: fuego al tetraedro, aire al octaedro, agua al icosaedro y tierra al hexaedro o cubo.
Finalmente asoció el último poliedro regular, el dodecaedro, al Universo. Por este motivo estos poliedros reciben el nombre de sólidos platónicos. Puedes observar una representación de los poliedros realizada por Kepler, en la que aparece representada esta asociación.

Los prefijos Tetra, Hexa, Octa, Dodeca e Icosa que dan nombre a los cinco poliedros regulares indican el número de polígonos (caras) que forman el cuerpo.

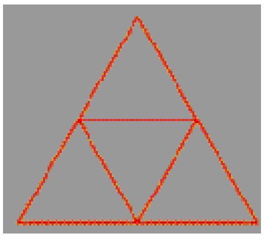
Son cinco



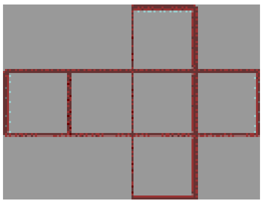
Hay cinco poliedros cuyas caras son polígonos regulares e iguales. Éstos son los **poliedros regulares**.

- El **tetraedro** está formado por 4 caras que son triángulos equiláteros iguales.
- El **hexaedro** o **cubo** está formado por 6 caras que son cuadrados iguales.
- El **octaedro** está formado por 8 caras que son triángulos equiláteros iguales.
- El **dodecaedro** está formado por 12 caras que son pentágonos regulares iguales.
- El **icosaedro** está formado por 20 caras que son triángulos equiláteros iguales.

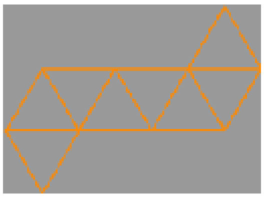
Desarrollo en el plano de los poliedros regulares



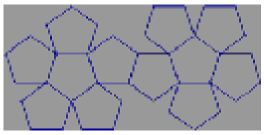
Tetraedro



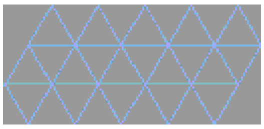
Hexaedro o cubo



Octaedro



Dodecaedro

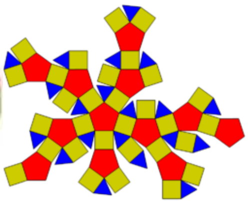


Icosaedro

Poliedros en la vida cotidiana

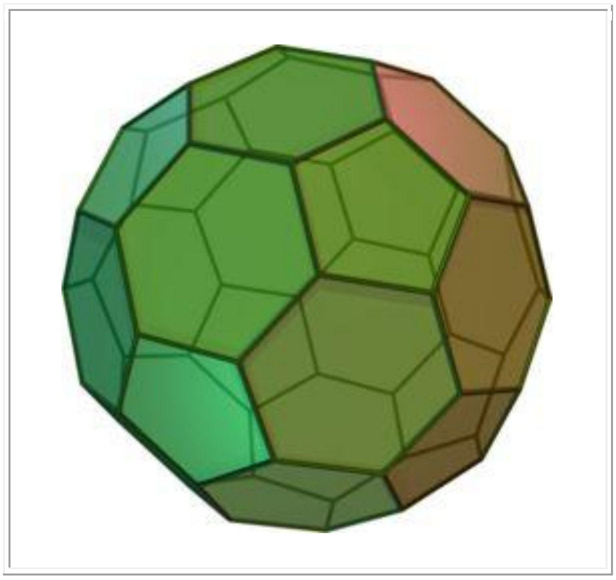
Los balones de fútbol han estado hechos siempre con 12 pentágonos y 20 hexágonos (icosaedro truncado), aunque hoy día algunos han cambiado por otra forma poliédrica más redondeada (el pequeño rombicosidodecaedro) que tiene 20 triángulos, 30 cuadrados y 12 pentágonos



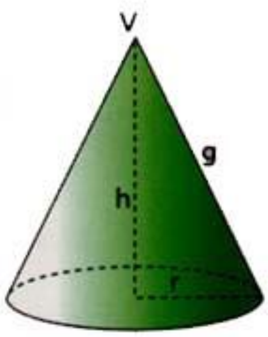



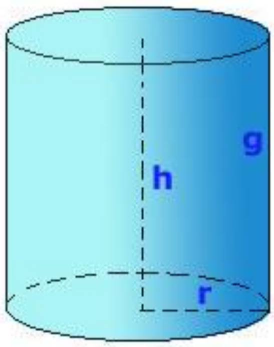
Las pelotas de fútbol de la FIFA tuvieron esta forma durante muchísimo tiempo. Los gajos de cuero que la formaban eran hexágonos y pentágonos dispuestos en forma de icosaedro truncado. Al ser inflada la pelota tomaba la forma esférica característica.

:




Cuerpos redondos

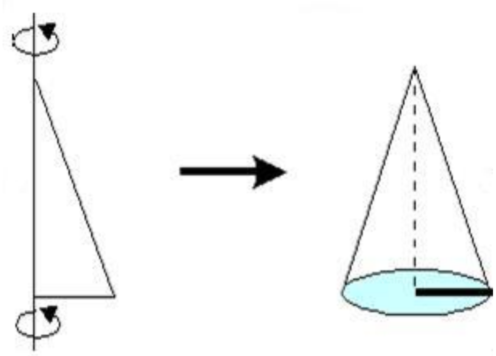




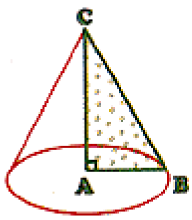
Son la esfera, el cono y el cilindro. Los cuerpos redondos son aquellos que tienen, al menos, una de sus caras o superficies de forma curva. También se denominan cuerpos de revolución porque pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de un eje.

Cono

El cono es un cuerpo geométrico generado por un triángulo rectángulo al girar en torno a uno de sus catetos.



En el dibujo, podemos distinguir los **elementos** de un cono recto:

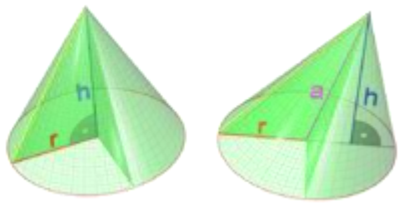


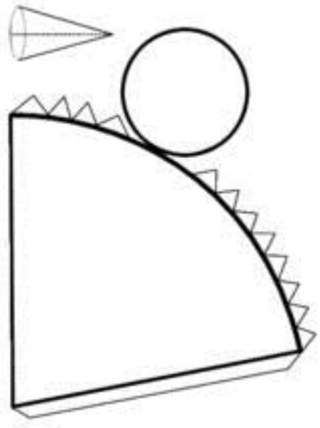
Eje: es el cateto AC. Alrededor de él gira el triángulo rectángulo. **Base**: es el círculo que genera la rotación del otro cateto, AB. Por lo tanto AB es el radio del cono. La base se simboliza: O (A, AB). **Generatriz**: es la hipotenusa del triángulo rectángulo, BC, que genera la región lateral conocida como manto del cono. **Altura**: corresponde al eje del cono, porque une el centro del círculo con la cúspide siendo perpendicular a la base.

El cono tiene una cara basal plana y una cara lateral curva. Posee una arista basal y un vértice llamado cúspide.

Tipos

Si la altura coincide con su eje, el cono es **recto**. Si el eje y la altura no coinciden, el cono es **oblicuo**.

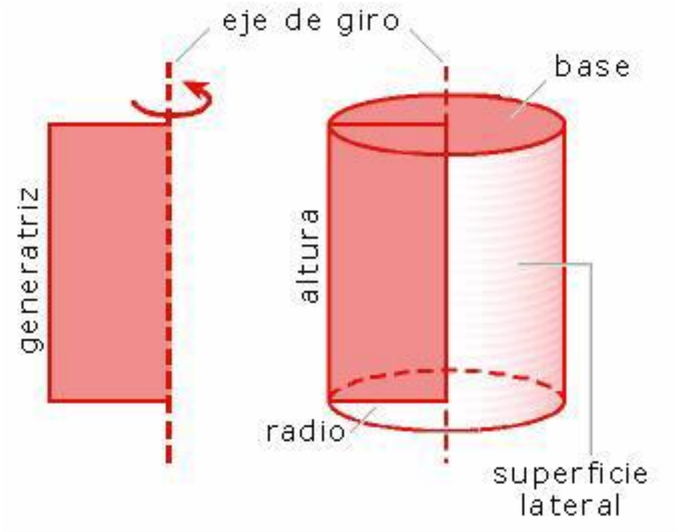


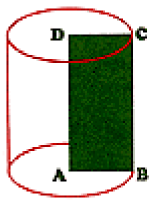


Desarrollo en el plano

Cilindro

El cilindro es el cuerpo geométrico generado por un rectángulo al girar en torno a uno de sus lados.





Elementos

Por medio del dibujo de la derecha, es posible determinar los elementos de un cilindro, que son:

Eje: lado AD, alrededor del cual gira el rectángulo.

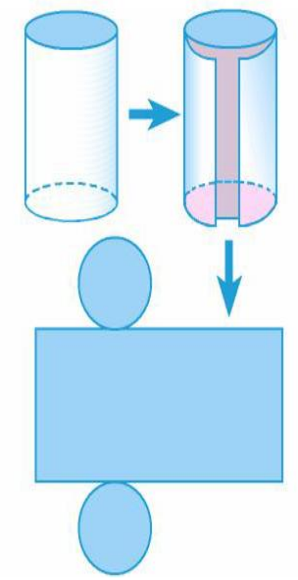
Bases: son los círculos paralelos y congruentes que se generan al girar los lados AB y CD del rectángulo. Cada uno de estos lados es el radio de su círculo y también, el radio del cilindro.

Altura: corresponde al mismo eje AD; es perpendicular a las bases y llega al centro de ellas. Esta es la razón por la que el cilindro es recto.

Generatriz: es el lado BC, congruente con el lado AD, y que al girar forma la cara lateral o manto del cilindro.

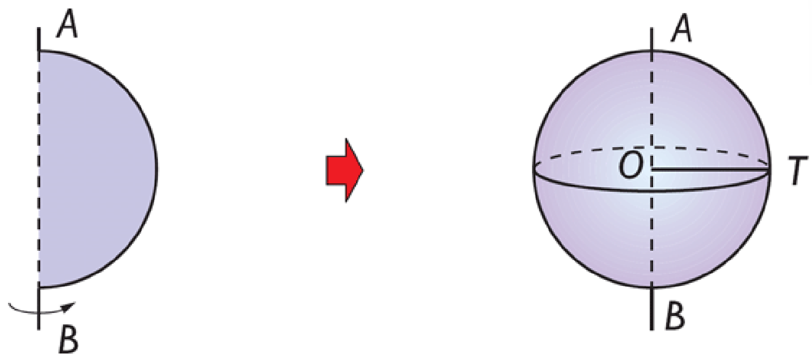
El cilindro tiene 2 caras basales planas, paralelas y congruentes. 1 cara lateral que es curva y 2 aristas basales.

Puedes observar que en el desarrollo en el plano se nos forma un rectángulo para la cara lateral, cuyos lados son el perímetro de la circunferencia que forma las bases y la altura o generatriz.



Esfera

La **esfera** es el sólido generado al girar una semicircunferencia alrededor de su diámetro.



Elementos

Al girar el semicírculo alrededor del diámetro AB, se genera una superficie esférica donde se determinan los siguientes elementos:
Generatriz: es la semicircunferencia que genera la superficie esférica.
Centro de la esfera: es el centro de la semicircunferencia y corresponde al punto O.
Radio de la esfera: es el radio de la semicircunferencia: OA.
Diámetro de la esfera: es el segmento que une 2 puntos opuestos de la superficie esférica, pasando por el centro: AB.

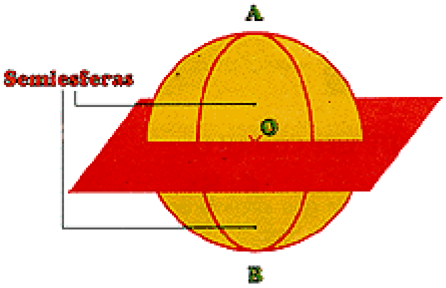
La esfera tiene una sola cara curva.

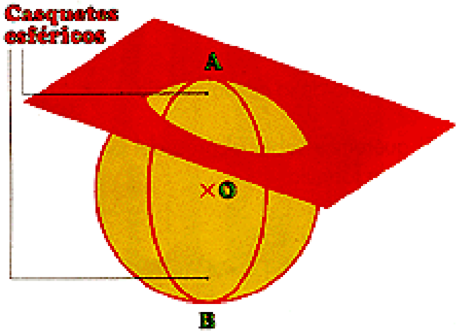
Todos los puntos que forman la superficie esférica equidistan de uno fijo llamado centro, y que corresponde al centro de la semicircunferencia que gira.

Cortes

Una esfera puede ser cortada por un plano que pasa por su centro. De esta forma se obtienen 2 **semiesferas** y el plano deja como borde un círculo máximo.

Si el plano corta a la esfera sin pasar por su centro se obtienen 2 **casquetes esféricos**.





Actividades

1) Intenta dibujar los siguientes cuerpos geométricos:

Cilindro – Cono – Esfera - Prisma - Pirámide

Elige uno de ellos y señala en él sus elementos: caras, vértices, aristas y ángulos.

2) Mira a tu alrededor y escribe el nombre de objetos que tengan la siguiente forma:

Cilindro: ____

Cono: ____

Esfera: ____

Prisma: ____

3) Defina y dibuje un paralelepípedo

4) Calcule el área total de un cubo de arista 6 cm.

5) Calcule el área total de un cubo de arista 17 cm.

6) ¿Cuánto mide la arista de un cubo si su área total es $150cm^2$?

7) Calcule el volumen de un cubo de arista 6 cm.

8) Calcule la arista de un cubo si su volumen es $343\ cm^2$.

9) Calcule el área total de un paralelepípedo que tiene 16 cm de largo, 8 cm de ancho y 3 cm de alto.

10) Dibuja 4 pirámides que tengan bases distintas y al menos una de ellas sea oblicua.

11) Calcula:

a) El área lateral de una pirámide de base cuadrada de arista basal 12 cm y su altura es de 16 cm.

b) El área total de una pirámide de base cuadrada si su arista basal es de 6 cm y la altura es de 4 cm.

c) El volumen de la pirámide anterior.

12) Calcule:

a) el área total de un cilindro si su radio basal mide 10cm y su altura mide 20cm.

b) el volumen del cilindro anterior.

c) si el volumen de un cilindro recto es $144\pi cm^3$. Si el diámetro de su región basal mide 12cm, ¿cuál es su área total?

13) Calcula:

a) el área lateral de un cono recto cuya generatriz mide 9cm y cuya altura mide lo mismo que el diámetro basal.

b) ¿Cuál es el área lateral de un cono recto cuya región basal tiene $25\pi cm^2$ y su altura es de 12cm?

c) Las papas fritas tienen el mismo precio si se entregan en un envase cónico o en uno rectangular. El cono tiene un radio de 6cm y una altura de 15cm, y las medidas del envase rectangular son 8cm de ancho, 6cm de alto y 9cm de largo. ¿Cuál de los dos envases trae más papas fritas?

14) Calcula:

a) El área de una esfera de radio 6 cm.

b) El área de una esfera que se encuentra inscrita en un cubo de arista de 60 cm.

c) La superficie total y volumen de la Tierra si el radio es aproximadamente de 6.370 km.

15) Haga un esquema con la clasificación de los cuerpos en general.

Bibliografía

- Berio; Colombo; D'Albano; Sardella; Zapico. (2001). Matemática 1 Activa Polimodal, Buenos Aires : Puerto de Palos Casa de Ediciones.

- Berio; Colombo; D'Albano; Sardella. (2001). Matemática 2 Activa Polimodal. Buenos Aires : Puerto de Palos Casa de Ediciones.

- Buschiazzo, Noemí B. ; Fongi, Eduardo D. ; González, María Inés; Lagreca, Liliana; Mérega, Herminia. (2000). MATEMÁTICA II: Vectores y Trigonometría. Geometría en coordenadas. Matrices y determinantes. Sistemas de ecuaciones. Límite de una función. Derivada. Aplicaciones de la derivada. Buenos Aires : Editorial Santillana Polimodal.

- Kaczor, Pablo J. y otros (2004). Matemática I, Números reales: funciones, ecuaciones e inecuaciones. Polinomios y expresiones algebraicas .Trigonometría. Cónicas. Probabilidad y estadísticas. 1a ed. Buenos Aires : Editorial Santillana Polimodal.