



**Universidad Nacional del Nordeste
Facultad de Ingeniería
Secretaría de Integración Estudiantil
Sistema de Acción Tutorial**

**Módulos introductorios para el
ingreso a la Facultad de
Ingeniería**

MODULO 3

FISICA

2015

Autoridades

Rectora de la UNNE Prof. Delfina VEIRAVÉ

Facultad de Ingenieria

Decano Ing. José Leandro BASTERRA

Vice-Decano Ing Ing. Arturo Alfredo BORFITZ

Secretario Administrativo Ing. Gustavo Horacio DEVINCENZI

Secretario de Investigación y Posgrado Dr. Ing. Mario Eduardo DE BORTOLI

Secretario Académico Ing. Arturo Alfredo BORFITZ

Secretaria de Integración Estudiantil Ing. María Teresa CLEMENTE

Secretario de Extensión y Transferencia Prof Juan José CORACE

Compilador Arturo Alfredo Borfitz

Borfitz, Arturo Alfredo

Módulos introductorios para el ingreso a la Facultad de Ingeniera / Arturo Alfredo Borfitz ; Milena Balbi ; Blanca Latorre. - 1a ed. - Corrientes : Editorial de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste; Editorial de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste, 2015.

E-Book.

ISBN 978-987-45571-2-4

1. Matemática. 2. Física. I. Balbi, Milena II. Latorre, Blanca III. Título
CDD 510

Material elaborado por

Ing Blanca Graciela Latorre

Edicion Bárbara Lockett

blancalatorre@arnet.com.ar

Editorial Facultad de Ingeniería
Resistencia, diciembre de 2015

¿ PORQUÉ EL ALUMNO DE INGENIERIA DEBE SABER FÍSICA?

Hay dos razones fundamentales:

- Una es que la Física es una de las componentes de las **ciencias básicas**; científicos y profesionales de muchas disciplinas usan conceptos físicos, como por ejemplo, *los químicos que estudian las estructuras de las moléculas, meteorólogos, paleontólogos, etc.*

La Física es la base de la ingeniería, *ningún ingeniero podría diseñar un dispositivo práctico sin entender y aplicar sus principios básicos, ya sea para proyectar un simple mecanismo de palancas o una nave espacial.*

- Otra razón: el alumno compartirá la emoción de sus descubrimientos al usar la Física, para resolver problemas prácticos y entender fenómenos cotidianos. *Si el alumno se pregunta, cómo las ondas de radio pueden viajar por el vacío o un satélite permanecer en órbita, encontrará las respuestas en esta ciencia, apreciándola como un logro sobresaliente del intelecto humano en su lucha por entender al universo que lo rodea.*

NATURALEZA DE LA FISICA

La Física es una **ciencia experimental**: los físicos observan los fenómenos naturales y tratan de encontrar las causas que los producen, patrones y principios que los relacionen. Estos patrones se denominan teoría físicas que, una vez comprobada su exactitud pasan a considerarse Leyes o Principios Físicos.

El desarrollo de la Teoría de la Física, exige la creatividad en todas las etapas. Donde el físico debe hacer las preguntas pertinentes, intentar contestarlas y sacar conclusiones apropiadas de los resultados.

No podemos saber Física sin hacer Física, esto no solo implica aprender los principios generales, sino también saber aplicarlos en situaciones específicas.

CANTIDAD Y UNIDAD

En la Física, los experimentos requieren mediciones, cuyos resultados suelen describirse con cantidades; el número que se emplea para describir cuantitativamente un fenómeno físico se denomina Cantidad Física. *Ejemplo: dos cantidades que describen parcialmente a una persona son su Peso y su Altura.*

Algunas cantidades son tan básicas que las podemos definir describiendo la forma de medirlas con una definición operatoria: *Ejemplo: medir una distancia con una regla o un intervalo de tiempo con un cronómetro.*

En otros casos definimos una cantidad física determinando la forma de calcularla a partir de cantidades físicas medibles, *Ejemplo: la velocidad de un objeto como la distancia recorrida (medida tomada con una regla, una cinta métrica, etc.) y dividida por el tiempo empleado (cronómetro).-*

MECANICA: Magnitudes: Escalares y Vectoriales

Magnitudes Escalares:

En Física estamos acostumbrados a trabajar con distintas cantidades como, *la masa de un cuerpo, la superficie de un terreno, la temperatura, etc.* En todos los casos las cantidades expresadas **quedan definidas plenamente mediante el empleo de un número y una unidad** utilizada en la medición, *ejemplo: 4kg, 12m, 23°C.* Todas las cantidades físicas como las mencionadas se denominan cantidades escalares, **Las magnitudes correspondientes a esas cantidades, se denominan Magnitudes Escalares.-**

Magnitudes Vectoriales:

Las cantidades físicas que necesitan para estar totalmente definidas, un número, una unidad, una dirección y un sentido, se denominan Cantidades Vectoriales. **Las magnitudes correspondientes a estas cantidades, se denominan Magnitudes Vectoriales.-ejemplo: la velocidad, la aceleración, la fuerza, etc.-**

Las magnitudes físicas, se dividen:

- a) Magnitudes Fundamentales, b) Magnitudes Derivadas,

- a) Se llaman **Magnitudes Físicas Fundamentales** por que están definidas en forma independiente de cualquier otra magnitud física (*tiempo, masa, longitud, etc.*).
- b) Se llaman **Magnitudes Físicas Derivadas** por que derivan de las Magnitudes Físicas Fundamentales (*superficies: m^2 , aceleración: $m/seg.^2$, velocidad : $m/seg.$, etc.*)



Hacer un repaso de los sistemas de unidades de Longitud, Superficie y Volumen, aprendidos en la Escuela Primaria y la Media.

MECANICA – ESTATICA

La Mecánica es la parte de la Física que estudia el comportamiento dinámico de los cuerpos sobre los cuales actúan perturbaciones mecánicas (fuerzas de distinto tipo) ya que dicho comportamiento esta presente en prácticamente en todas las situaciones que se le presentan al Ingeniero.

La Mecánica se basa en principios o leyes fundamentales propuesta por Sir Isaac Newton:

- 1.-Principio de acción y reacción
- 2.-Principio de inercia
- 3.-Principio de masa
- 4.-Principio de independencia de acción de las fuerzas
- 5.-Principio de gravitación universal

Todos ellos referidos a sistemas de referencias denominados INERCIALES.

A la Mecánica la podemos dividir en dos partes:

- **Estática**
- **Dinámica** que a su vez se subdivide a) **Cinemática**
b) **Cinética**



Estática: estudia el equilibrio de los cuerpos bajo la acción de un sistema de fuerzas exteriores aplicadas al mismo y este estudio está dirigido a la descripción cuantitativa del sistema de fuerzas, que actúan sobre las estructuras de ingeniería.

Dinámica estudia el movimiento de los cuerpos y se subdivide en:

- a) **Cinemática:** que estudia el movimiento de los cuerpos independientemente de las causas que lo originan y de los efectos que de ellos resultan: analiza la geometría del movimiento y las leyes espacio temporales que los dominan.
- b) **Cinética:** relaciona las fuerzas con los movimientos resultantes, haciendo intervenir a los cuerpos en su real dimensión.

A los Conceptos Fundamentales de la Mecánica, debemos incorporarle los siguientes:

- **Partícula:** Se define como un cuerpo que no tiene tamaño (de muy pequeño tamaño) pero tiene masa.

Otra forma de definir a la partícula: es un cuerpo cuyo tamaño no tiene influencia sobre las reacciones a las fuerzas actuando sobre él.

En otras palabras, el cuerpo puede modelarse como un punto de masa concentrada y se puede ignorar el movimiento de rotación de ese cuerpo. (En una situación física en la que no puede ignorarse el tamaño y la rotación de un cuerpo, este último no puede tratarse como una partícula, se lo debe tratar como cuerpo rígido).

- **Cuerpo Rígido:** es un cuerpo que no tiene deformación relativa entre sus puntos.

Otra forma de definirlo: **Un cuerpo rígido es aquél que no se deforma bajo la acción de las fuerzas;** en general, el tamaño de un cuerpo rígido influye en su respuesta a las fuerzas. *En un cuerpo rígido cada punto del cuerpo siempre está a una misma distancia constante de cualquier otro punto del mismo cuerpo*

El cuerpo rígido es una condición ideal ya que todos los cuerpos reales, cuando son sometidos a la acción de fuerzas cambian de forma hasta cierto punto. La Mecánica utiliza las ya mencionadas Magnitudes Escalares y Magnitudes Vectoriales.

Las operaciones con magnitudes vectoriales se realizan siguiendo procedimientos geométricos o analíticos, dichas operaciones responden al cálculo vectorial matemático, estas magnitudes vectoriales se representan por medio de vectores.

Un vector: está representado en su **magnitud** por un segmento orientado, tiene un **sentido** indicado por una flecha, una **dirección** que es la recta de acción en que esta incluido el vector y un **módulo**, que representa la cantidad y unidad considerada.

Además de la información relacionada con la dirección, el sentido de una cantidad vectorial, también puede proporcionarse el ángulo que forma el vector con un eje del sistema de coordenadas que se tome de referencia, según se considere el desplazamiento del ángulo (este sea positivo o negativo).

Los vectores representan magnitudes vectoriales, estos se pueden sumar o restar para realizar estas operaciones aplicaremos los siguientes métodos que son: a) Ley del paralelogramo, método del triángulo y del polígono vectorial.

Estos métodos permiten calcular un vector que es igual a la suma geométrica vectorial, vector que recibe el nombre de Vector Resultante o propiamente Resultante.

Las magnitudes vectoriales están representadas por uno de estos tres vectores que son:

- a) **Vector Libre:** es el vector que puede desplazarse paralelo así mismo, manteniendo, igual módulo, dirección y sentido.
- b) **Vector Deslizante:** es aquel que desliza sobre su propia recta de acción, manteniendo su módulo, dirección y sentido.
- c) **Vector Fijo:** es aquel para el cual se especifica un punto único de aplicación.

En la Estática aplicaremos las Leyes de Newton: a) Primera Ley de Newton, b) Tercera Ley de Newton. Además los conceptos de vector desplazamiento y vector libre y fundamentalmente el diagrama de cuerpo libre, con sus respectivamente

ecuaciones de equilibrio, más los métodos de composición y descomposición de las fuerzas.

FUERZA

Definición: se la define como la acción de un cuerpo sobre otro.

Evidentemente la fuerza tiene intensidad (módulo), dirección, sentido y punto de aplicación, por lo tanto es una magnitud vectorial.

Sistemas de fuerzas

Definición: Un sistema de fuerzas es simplemente un conjunto particular de fuerzas, un sistema es coplanar o bidimensional si las líneas de acción de las fuerzas, están contenidas en un plano, de lo contrario el sistema es tridimensional.

Los distintos sistemas de fuerzas son:

- 1. Fuerzas Concurrentes:** cuando estas o sus líneas de acción concurren a punto (aquí se aplica el concepto de vector deslizante ya que las fuerzas son magnitudes vectoriales).
- 2.** Actúan sobre una misma recta de acción, pueden ser de igual o distinto sentido y de igual o distinta intensidad.
- 3. Fuerzas Paralelas:** sus rectas de acción son paralelas, pueden tener igual o distinto sentido y de igual o distinta intensidad.

En cualquiera de estos sistemas de fuerzas (**1,2 y 3**), podemos encontrar una fuerza única llamada **RESULTANTE** del sistema de fuerzas, aplicando cualquiera de los métodos enunciados. (paralelogramo de las fuerzas, polígono de fuerzas, método del triángulo y analíticamente).

La Resultante de un conjunto o sistema de fuerzas, que actúa sobre un cuerpo, es la fuerza única que produce sobre el cuerpo, el mismo efecto que el conjunto o sistema de fuerzas considerado.

Cuando consideramos el efecto de una fuerza resultante sobre un cuerpo podemos definir el concepto de “fuerza” como “la acción que hace variar la cantidad de movimiento de un cuerpo”

Equilibrio de un Sistema de Fuerzas:

Un sistema de fuerzas que actúan sobre un cuerpo, están en equilibrio cuando la resultante del sistema es nula, es decir que su intensidad es igual cero, no produce ningún efecto o variación en el cuerpo: es como si el sistema de fuerzas no actuara sobre él.

Momento de una fuerza con respecto a un eje o punto de referencia determinado:

Si queremos aflojar o ajustar una tuerca mediante una llave, debemos aplicar una fuerza (F) perpendicular a la llave: notamos entonces que el efecto que produce de rotación o giro, no depende solo de la fuerza aplicada sino también de la distancia (d), entre la recta de acción de la fuerza y punto o eje de rotación o giro (o), estos dos elementos se asocian en el concepto de Momento con respecto al eje de rotación.

El módulo del Momento se calcula multiplicando la fuerza (F) por la menor distancia (d) de su recta de acción al punto de rotación (o); la intensidad del momento surge de multiplicar las unidades módulo de la fuerza por la unidad de distancia.

Fórmula de Momento: $\mathbf{M} = \mathbf{F} \wedge \mathbf{d}$ (producto vectorial de fuerza por distancia del punto de aplicación de la fuerza al punto o eje de rotación)

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \cdot \text{seno del ángulo comprendido entre los dos vectores}$$

Unidad de Momento: $M = \text{Kgr} \cdot \text{m} = \mathbf{Kgrm}$ (Kilogrametro)

Otras unidades de Momento son: N.m, (Newton por metro), Tcm (tonelada por centímetro).

Para la estática es muy importante el concepto de Momento, con anterioridad hemos definido su efecto de rotación, cuando hablamos de aflojar o ajustar una tuerca, esto nos lleva a definir una convención de rotación, sentido horario y sentido antihorario, pero estos van acompañados de su signo veamos como ejemplo: **a)** si el momento ,



tiene sentido horario, el momento toma signo positivo (+), **b)** en ese caso, si el momento , tiene sentido antihorario, toma sentido negativo (-).

Para el Ingeniero es muy importante mantener la convención de signo de los momentos durante el cálculo de las estructuras; de no mantenerlos cometerá errores importantísimos.

CUPLA O PAR DE FUERZAS

Entre los sistemas de fuerzas, están los constituidos por dos fuerzas paralelas de sentido opuesto que presentan una particularidad: además **de tener sentidos opuestos son fuerzas de igual intensidad**. ¿Cuánto vale su resultante? .Se verifica que la misma es nula: trae como consecuencia que el sistema de fuerzas aplicado al cuerpo no lo podrá trasladarse. Sin embargo el sistema producirá una rotación. Este sistema de fuerza recibe el nombre de **cupla**.

La cupla o par se caracteriza por su momento, asociado al efecto de rotación que produce. El par o cupla esta formado por dos fuerzas (F) paralelas de igual intensidad o módulo y de distinto sentido separadas por una distancia (d), llamado brazo de la cupla.

El momento de la cupla esta dado por la siguiente fórmula

$$M = F \times d \quad \text{la unidad del momento de la cupla puede ser Kgr x m o también N x m}$$



El alumno con lo aprendido sobre momento deberá determinar que sentido de giro puede producir una cupla.

MECANICA – CINEMATICA

Definición: La Física Mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos, sin tener en cuenta las causas que lo producen, se denomina Cinemática.

Estudiaremos las leyes del movimiento considerando al cuerpo como partícula, como punto móvil o móvil simplemente, sin dimensiones. Cuando hablamos en los problemas del movimiento de un automóvil, de un barco, de la tierra, etc., todos estos cuerpos serán tratados como cuerpos u objetos puntuales, sin importar su forma ni tamaño reales.

Magnitudes del Movimiento: las magnitudes características del movimiento son la **velocidad** y la **aceleración**.

Para tener idea o noción del movimiento necesitamos un **sistema de referencia** al que consideramos fijo.

Cuándo podemos decir que un cuerpo se mueve?: será suficiente decir que se mueve cuando cambia de posición, por ejemplo: que su distancia varía con respecto a un punto fijo tomado como referencia.

Por lo expuesto es que debemos considerar un sistema ejes cartesiano-ortogonal, donde se considere la variación, como mínimo dos distancias, si estamos en el plano se denominan coordenadas del cuerpo, lo que nos permitirá establecer la existencia de un movimiento (sistemas de referencia que se suelen utilizar, el de los ejes cartesiano- ortogonal, es decir que son perpendiculares entre sí).

Conclusión: Un cuerpo está en movimiento si sus coordenadas con respecto a un sistema de ejes considerados fijos, varían con el transcurso del con el tiempo (las coordenadas del cuerpo son una función del tiempo).

En caso que ninguna de las coordenadas varíe, diremos que el cuerpo se encuentra en reposo, con respecto el sistema de referencia considerado.

TIEMPO: Es la magnitud fundamental en el estudio del movimiento. Es decir todas las otras magnitudes dependen de él. Es importante distinguir entre el instante en que ocurre el suceso y el lapso, o simplemente, intervalo, transcurrido entre dos sucesos.

POSICION EN EL PLANO: establecido el sistema de referencia (sistema de coordenadas cartesiano x, y) podemos determinar la posición del móvil mediante un vector que va desde el origen de coordenadas elegido (punto O) hasta el punto en el que encuentra el móvil. A este vector, que representa la posición del móvil precisamente en ese instante, lo denominamos Vector Posición.

DESPLAZAMIENTO: está determinado por el vector que va de una ubicación del móvil a otra posición. Este vector se denomina Vector Desplazamiento.

TRAYECTORIA: (En rigor, no se trata de una magnitud). Si se uniera con una línea infinita de puntos las sucesivas posiciones que el móvil ocupó, obtendríamos la denominada **trayectoria** del movimiento del móvil en estudio.

Según su forma las distintas trayectorias pueden clasificarse en:

1. Rectilínea —————> Un móvil que se desplaza sobre una recta o un cuerpo que cae libremente.
2. Circular —————> Un niño sentado en una calesita.
3. Elíptica —————> El movimiento de los planetas.
4. Parabólica —————> La bala disparada por un cañón.
5. Irregular —————> El vuelo de una mosca.

En todo movimiento hay tres elementos fundamentales:

a.) El Móvil b.) El sistema de referencia c.) La trayectoria

- **VELOCIDAD:** es una magnitud vectorial, para interpretar correctamente este concepto, es necesario distinguir las diferentes acepciones:

- **VELOCIDAD PROMEDIO:** Se refiere al resultado obtenido al dividir la longitud de la trayectoria recorrida por el tiempo empleado en hacerlo, el valor obtenido no da información alguna sobre otras características de este movimiento: si fue regular o no, si hubo detenciones o retrocesos, marchas lentas o más rápidas etc.

- **VELOCIDAD MEDIA:** Se obtiene como el cociente entre el vector desplazamiento (entre dos posiciones dadas) y el tiempo empleado en ir de una posición a otra. $V_m = (x - x_0) / (t - t_0)$

- **VELOCIDAD INSTANTANEA:** llamamos así a la velocidad que posee el móvil en un instante de su movimiento, es decir, en cada punto de su trayectoria. Su conocimiento resulta de fundamental importancia, ya que nos ilustrará sobre qué tipo de movimiento ánima al móvil.

- **ACELERACION:** Es una magnitud vectorial y la definimos como la variación de la velocidad con relación al tiempo durante el cual se produce dicha variación
- **ACELERACION MEDIA:** De un móvil entre dos puntos de su trayectoria, depende de la diferencia entre las velocidades que posee en esos dos puntos de su trayectoria, dividida por el tiempo que ha transcurrido entre los instantes correspondientes a ambos.
- **ACELERACION INSTANTANEA:** Se obtiene a partir del concepto de aceleración media: es la que corresponde al móvil en un punto determinado de su trayectoria.

MOVIMIENTOS PARTICULARES

Analizaremos movimientos particulares en los cuales las magnitudes están relacionadas por ecuaciones y gráficos sencillos, ya que la posición, la velocidad, la aceleración, dependen de la variable, tiempo.

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME (MRU)

Características:

Trayectoria: es una recta

Velocidad: es constante

Aceleración: es nula (vale cero) ya que no hay variación de la velocidad

Leyes del movimiento MRU:

- **Primera Ley:** la velocidad es constante $v = e/t = cte$
- **Segunda Ley:** el espacio es igual a la velocidad por el tiempo: $e = v \cdot t$

En esta segunda ley, tener en cuenta que, si el móvil ha recorrido un espacio inicial y tuviéramos que considerarlo en el estudio, la fórmula queda: $e = e_0 + v \cdot t$

e: espacio final, e_0 : espacio inicial v: velocidad t: tiempo

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV):

Características

Trayectoria: es una recta

Velocidad: modifica su módulo en cada punto de su trayectoria

Aceleración: es constante para todos los puntos de la trayectoria (su valor ya no en nulo, la aceleración es distinta de cero)-

Aplicando la expresión de la aceleración media, ahora coincide con la aceleración correspondiente a cualquier instante (aceleración instantánea) resulta la ecuación:

$$a = (v - v_0) / (t - t_0)$$
 de la cual obtengo la ecuación horaria, despejando la velocidad

$$v = v_0 + a (t - t_0)$$
 Si considero el instante inicial $t_0 = 0$ la ecuación toma la siguiente expresión:

$$v = v_0 + a t \quad \text{Esta es una de las ecuaciones horarias del movimiento}$$

Para a la expresión completa de la posición de este movimiento, aplicaremos el siguiente razonamiento:

$$V_m = (x - x_0) / (t - t_0)$$
 Si considero para un instante inicial $t_0 = 0$ y despejando

$$x = x_0 + V_m t \quad (1)$$

Cuando la variación de la velocidad en función a la variación del tiempo se mantiene constante y eso sucede únicamente en un movimiento rectilíneo uniformemente variado), puede calcularse la velocidad media de la siguiente manera $V_m = (v + v_0) / 2$. (sumo las velocidades y las divido por dos (calculo la velocidad promedio).

Reemplazo la velocidad media en (1) por su valor se obtiene:

$$x = x_0 + \frac{1}{2} (v + v_0) t \quad \text{Si reemplazo } v \text{ por la ecuación horaria } v = v_0 + a t$$

La ecuación queda:

$$V_m = (v + v_0) / 2 = (v_0 + a t + v_0) / 2 = v_0 + \frac{1}{2} a t$$

$$x = v_m \cdot t = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2$ esta última constituye la ecuación general

Es muy importante considerar los signos que expresan los sentidos de las velocidades y de la aceleración en los distintos casos.

Si considero un sistema de referencia cartesiano ortogonal el signo positivo coincide con el eje de la x positiva, y el signo negativo coincide con el eje de la x negativa.

Cuando la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido y por lo tanto el mismo signo que coincide con el eje x positivo o si el sentido el signo de ambas coinciden con el eje x negativo. Como conclusión se deduce que: en la primera posición ambas son positivas y en la segunda posición ambas negativas.

Puede suceder que la velocidad y la aceleración tengan sentidos contrarios, y por lo tanto el signo de una magnitud es positivo y el de la otra magnitud resulta negativo.

Podemos generalizar así: Será acelerado el movimiento, cuando la velocidad y la aceleración tienen el mismo signo y será desacelerado el movimiento si los signo de ambas magnitudes (la velocidad y la aceleración) son opuestas (cuando el móvil se frena).

MOVIMIENTO VERTICAL LIBRE (MVL):

Es el movimiento que realizan los cuerpos en las proximidades de la Tierra, considerando exclusivamente el fenómeno de atracción gravitatoria, que esta ejerce, despreciando cualquier otra acción (acción del aire, etc.)- por eso podemos decir movimiento vertical libre.

En función de estas condiciones "Ideales" estamos en presencia de un movimiento que tiene las siguientes características: a)- Trayectoria: es recta y vertical. b). Velocidad: si considera sentido hacia arriba es ascendente o hacia abajo descendente. c). Aceleración: la indicamos con la letra g y su sentido será siempre hacia el centro de la tierra, mientras que su signo dependerá del sistema de referencias elegido.

Las ecuaciones del movimiento serán las mismas que las de todo el **MRUV**, es decir:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad v = v_0 + g t$$

El signo de cada término dependerá del sistema de referencias adoptado.

DINAMICA

La **Física Mecánica** que estudia el movimiento de un cuerpo en relación con las causas que lo generan, como así también los efectos que esos movimientos producen o pueden producir, se denomina **DINAMICA**.

Newton analizó por qué se producía el movimiento y de los estudios realizados estos quedaron plasmados en sus Leyes, las que llevan su nombre. Son: 1) Principio de Inercia, 2) Principio de Masa (ley de la dinámica), 3) Principio de acción y reacción, 4) Principio de Independencia de acción de las fuerzas (puede considerarse como Corolario de los tres primeros) y 5) Principio de Gravitación universal

1)- Principio de Inercia: Se denomina Inercia a la tendencia natural que tienen los cuerpos a mantenerse en Reposo o en Movimiento Rectilíneo Uniforme ante la ausencia de fuerzas exteriores que actúen sobre él, o que la Resultante del sistema de fuerzas que actúe, sea igual a cero. La inercia es una propiedad **intrínseca** de la materia, o sea, de todo cuerpo, por el solo hecho de serlo.

2)- Principio de Masa: Si una fuerza se aplica a un cuerpo, este adquiere una aceleración con la misma dirección de la fuerza aplicada y de su mismo sentido. El módulo de la aceleración es directamente proporcional a la fuerza que actúa e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

$$F = m a \quad (1) \quad a = F / m \quad (2)$$

las ecuaciones (1) y (2) se ajustan a lo enunciado

En dichas ecuaciones, la constante es la masa del cuerpo (m), por lo que queda expresado el Principio, donde la Fuerza (F) y la Aceleración (a), son magnitudes vectoriales, mientras la Masa es una magnitud escalar, se la denomina inercia y representa la mayor o menor resistencia que el cuerpo ofrece a cambiar su estado de reposo o de movimiento.

MASA: es una magnitud escalar; su valor es constante.

La masa es una propiedad del cuerpo, independiente del medio que la rodea y del método empleado para medirla. La masa de un cuerpo no depende de la forma o del tamaño de este, se conserva aunque el cuerpo sea comprimido.

Importante: a la masa relacionada con atracción gravitacional, se la denomina **masa gravitacional**. Mientras la que surge de la ley de Newton, se denomina **masa inercial**. Pero se ha concluido de acuerdo experimentales realizados, que son iguales.

PESO: se define como peso a la fuerza con la cual la tierra atrae a los cuerpos; como la aceleración con que caen hacia la tierra, es la aceleración de la gravedad (g), el peso resulta igual $p=m.g$. El peso de un cuerpo de masa (m), es directamente proporcional la aceleración de la gravedad. El peso es una magnitud **extrínseca** del cuerpo y su valor depende del lugar y las condiciones en que se mida.

Sistemas de Unidades de Medidas

	Sist. MKS	Sist. CGS	Sist., TECNICO
Longitud	m	cm	m
Tiempo	seg.	seg.	seg.
Masa	Kg.	g	UTM = $\frac{\text{kgr} \cdot \text{seg}^2}{\text{m}}$
Fuerza	Kg. NEWTON=m seg ²	g DINA = ---. cm seg ²	Kgr

3)- Principio de acción y reacción: Cuando un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre otro, este reacciona con otra fuerza de igual intensidad, la misma dirección y sentido opuesto (reacción) sobre le primero.

En los estudios sobre las causas que provocan los movimientos, Newton advirtió que las fuerzas aparecen como resultado de la interacción entre los cuerpos. La acción de una fuerza sobre un cuerpo no se puede manifestar sin que haya otro que lo provoque.

Comprobó que: LAS FUERZAS APARECEN DE A PARES (de a dos) y se caracterizan por ser de igual módulo y dirección, y de distinto sentido; como conclusión, siempre, cada una de las fuerzas del par aparece en cuerpos distintos.

4)- Principio de independencia de acción de las fuerzas: Sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, cada una de ellas produce la misma aceleración que como si actuara sola, independiente de las demás. Este principio puede considerarse como corolario de los tres primeros.

5)- Principio de gravitación Universal

Todo cuerpo del Universo atrae a cualquier otro cuerpo con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas de ambos cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

Esta fuerza que existe entre ambas masas de cualquier tipo, sólo se percibe cuando el valor de al menos una de ellas, es grande. La fuerza peso con la cual la tierra atrae a todos los cuerpos que encuentran próximos a ella, no es otra cosa más que la manifestación de la ley de Gravitación.

$$F = G. m.M/r^2$$

Siendo: G: Constante de gravitación universal

M y m: masas de los dos cuerpos que se atraen

r: distancia que separa a los dos centros de masa

CARACTERÍSTICAS DE LAS FUERZAS

Conceptos Claves: La Fuerza es una cantidad vectorial física, creada por una interacción entre cuerpos. Las fuerzas se presentan de a pares. Una de ellas se llama acción, a la otra, se la llama reacción.

REGLA DE PARALELOGRAMO - COMPOSICION DE LAS FUERZAS

Concepto clave: Las fuerzas se suman por la regla del paralelogramo. La adición de las fuerzas se llama Composición de las Fuerzas.

Concepto clave: La Resolución de una fuerza es el proceso de descomponerla en partes componentes.

VECTORES Y CANTIDADES VECTORIALES

Concepto clave: Las cantidades físicas que obedecen las mismas reglas de composición y resolución de las fuerzas se llaman vectores.

ADICION (Suma) VECTORIAL USANDO PROYECCIONES RECTANGULARES


Teorema: La Resultante de varios vectores, es un vector cuya proyección sobre cualquiera de los ejes es la suma algebraica de los vectores originales sobre ese eje.

CONCEPTO DE EQUILIBRIO DE UNA PARTICULA

Concepto clave: A partir de la primera Ley de Newton del movimiento, una partícula está en equilibrio si, sobre ella, no actúa una fuerza resultante o neta.

Teorema: Una partícula que inicialmente está inmóvil se encuentra en equilibrio si y sólo si, la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre ella es cero (nula).

Concepto clave: Un diagrama correcto de un cuerpo libre es un componente esencial del proceso de resolución de problemas en la Mecánica.

 ***Los ingenieros consideran que la construcción del diagrama de cuerpo libre es uno de los pasos más importantes, si no el de mayor importancia, en el proceso de resolución de problemas.***

Concepto clave: Un sistema estáticamente determinado es aquel que se puede analizar usando sólo las ecuaciones de equilibrio.

TIPOS DE FUERZAS

Concepto clave: Todas las fuerzas externas, en la forma de fuerzas de contacto, que actúan sobre el cuerpo influyen en el equilibrio de éste.

Nota:

- **Fuerzas Externas:** representan la acción de otros sólidos, sobre el sólido rígido en consideración. Ellas (las fuerzas) son responsables del comportamiento externo del sólido rígido en su totalidad y causarán que éste se mueva o permanezca en reposo.
- **Fuerzas Internas:** Son las que mantienen unidas las partículas que forman el cuerpo rígido. Si el sólido rígido está compuesto estructuralmente de varias partes, las fuerzas que mantienen juntas las partes componentes, están bien definidas como fuerzas internas.

CONCEPTO DE CUERPO RIGIDO

Concepto clave: Un cuerpo rígido no cambia de tamaño ni de forma cuando se aplican cargas sobre él. Un cuerpo rígido es una idealización de un cuerpo real, ya que todo cuerpo real sometido a la acción de fuerzas externas algún grado de deformación experimenta.



EQUILIBRIO DE UN SISTEMA DE DOS FUERZAS

Concepto clave: Cuando dos fuerzas colineales que tienen magnitudes y dirección iguales pero sentido opuesto actúan sobre un cuerpo rígido, éste se encuentra en equilibrio.

Teorema: Un cuerpo sujeto a dos fuerzas colineales está en equilibrio si, y sólo si, las fuerzas tienen magnitudes iguales y sentidos opuestos.

TRANSMISIBILIDAD DE LAS FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE UN CUERPO RIGIDO

Concepto clave: Las fuerzas dinámicamente equivalentes producen efectos idénticos sobre el movimiento o el equilibrio de un cuerpo.

Concepto clave: Si el punto de aplicación de una fuerza se desplaza a lo largo de la línea de acción de la misma no se afecta el equilibrio del cuerpo rígido sobre el cual actúa la fuerza.

Teorema: Principio de transmisibilidad: El equilibrio o el movimiento de cuerpo rígido no se altera si el punto de aplicación de cualquiera de las fuerzas que actúan sobre él se desplaza a lo largo de la línea de acción de la propia fuerza.

Nota:

Cuando se representan las fuerzas con vectores sobre una partícula, éstas tienen un punto fijo de aplicación bien definido, por consiguiente los vectores son vectores fijos o ligados.

En el caso de fuerzas que actúan sobre un sólido rígido, el punto de aplicación de la fuerza no importa, siempre que la línea de acción de la fuerza no se altere. Así las



fuerzas que actúan sobre un sólido rígido deben ser representadas por una clase diferente de vectores, llamados vectores deslizantes (fuerzas deslizantes), ya que estos pueden deslizarse a lo largo de su línea de acción (recta de acción).

Se hace notar que todas las propiedades que se derivarán relativas a las fuerzas sobre el sólido rígido, serán válidas en lo general para cualquier sistema de vectores deslizantes.

El principio de transmisividad puede usarse libremente para determinar las condiciones de movimiento o de equilibrio de los sólidos rígidos y para calcular las Fuerzas Externas que actúen sobre éstas, por el contrario, debe evitarse o cuando menos usarse con cuidado para determinar las Fuerzas Internas y Deformaciones. Esto se puede analizar en las barras sometidas a tracción o compresión, que son dos conceptos muy diferentes.

EQUILIBRIO DE UN CUERPO RIGIDO SUJETO A FUERZAS COCURRENTES

Concepto clave: Un cuerpo rígido sujeto a fuerzas que tienen líneas concurrentes de acción se puede tratar como una partícula con respecto al equilibrio.

Teorema: Dos fuerzas coplanares no paralelas cualesquiera que actúan sobre el cuerpo rígido se pueden combinar en una sola fuerza Resultante, ya que las líneas de acción de esa dos fuerzas deben intersectarse.

Teorema: Si las líneas de acción de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo rígido inmóvil se intersectan en el mismo punto, existe el equilibrio si, y sólo si, la suma vectorial de las fuerzas es cero (nula).



Teorema: Si un cuerpo rígido está en equilibrio bajo la acción de tres fuerzas no paralelas, las fuerzas son coplanares y sus líneas de acción son concurrentes, es decir, sus líneas de acción se intersecan en el mismo punto.

MOMENTO DE FUERZAS COPLANARES CON RESPECTO A UN EJE PERPENDICULAR

Concepto clave: Una fuerza F que encuentra en un plano Q , produce un momento M con respecto a un eje que es perpendicular a ese plano Q . La magnitud M , del

momento es igual a $(F d)$, en donde F es la magnitud de la fuerza y d es la distancia perpendicular del eje a la línea de acción o recta de acción, de la fuerza (F).

Concepto clave: Cuando actúan varias fuerzas coplanares concurrentes, la suma de los Momentos de las fuerzas, alrededor del punto O , es igual al Momento de la fuerza Resultante, alrededor del punto O .

Teorema de Varignon: El momento de varias fuerzas coplanares concurrentes, alrededor de cualquier punto O , en su plano es igual al momento de su resultante alrededor de dicho punto O .

PRODUCTO VECTORIAL DE DOS VECTORES

Hemos estudiado el efecto de las fuerzas sobre el cuerpo rígido. Pero a fin de conocer mejor el efecto de una fuerza sobre el cuerpo rígido, introduciremos un nuevo concepto, el Momento de una fuerza con respecto a un punto.

Este concepto lo podemos aplicar más claramente y efectiva, si ampliamos los instrumentos matemáticos a nuestra disposición y definimos el **Producto Vectorial de dos Vectores**.

Definición: El producto vectorial de dos vectores \mathbf{P} y \mathbf{Q} , se define como el vector \mathbf{V} , que satisface las siguientes condiciones:

1-La línea de acción (recta acción) del vector **V**, es perpendicular al plano que contiene a los vectores **P** y **Q**.

2- El módulo del vector **V**, es el producto de los módulos de los vectores **P** y **Q** y del seno del ángulo formado entre los vectores **P** y **Q**, cuya medida será siempre menor o igual que 180° , por lo que: **$V = P \cdot Q \cdot \text{seno del ángulo}$**

3- El sentido del vector **V**, es tal que una persona ubicada en el extremo de **V**, observará que la rotación a través del ángulo, puede alinear al vector **P**, con el vector **Q**, es un movimiento de Rotación, en sentido contrario a las manecillas del reloj, note el alumno que los vectores **P** y **Q**, tienen un punto común de aplicación **O**.

Los productos Vectoriales no son conmutativos.

***NOTA:** Puede consultar cualquier libro de texto de matemática sobre conceptos de Algebra Vectorial.*



Continuamos con una revisión de conceptos matemáticos que serán muy útiles para abordar la Física. . .



1. ALGEBRA Algunas reglas básicas

Debe recordar las siguientes reglas para multiplicar, dividir, sumar y restar fracciones, donde a , b , c y d son cuatro números;

Regla	Ejemplo
Multiplicar $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$	$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$
Dividir $\left(\frac{a/b}{c/d}\right) = \frac{ad}{bc}$	$\frac{2/3}{4/5} = \frac{(2)\cdot(5)}{(4)\cdot(3)} = \frac{10}{12}$
Sumar $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2)\cdot(5) - (4)\cdot(3)}{(3)\cdot(5)} = \frac{2}{15}$



Ejercicios



En los siguientes ejercicios halle el valor de x

Respuestas

$$1) \quad a = \frac{1}{1+x} \qquad x = \frac{1-a}{a}$$

$$2) \quad 3x - 5 = 13 \qquad x = 6$$

$$3) \quad ax - 5 = bx + 2 \qquad x = \frac{7}{a-b}$$

$$4) \quad \frac{5}{2x+6} = \frac{3}{4x+8} \qquad x = -\frac{11}{7}$$

Potencias

Cuando multiplique potencias de una cantidad conocida x aplique las siguientes reglas:

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m} \quad \text{Ej: } x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$$

Cuando divida potencias de una cantidad conocida, la regla es:

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \quad \text{Ej: } x^8 / x^2 = x^{8-2} = x^6$$

Una potencia que es fracción, como $\frac{1}{3}$, corresponde a una raíz del siguiente modo

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x} \quad \text{Ej: } 4^{1/3} = \sqrt[3]{4}$$

Por último, cualquier cantidad x^n elevada a la potencia m es : $(x^n)^m$

Regla de exponentes $x^0 = 1$

$$x^1 = x$$

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$x^n / x^m = x^{n-m}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

Factorización

Las siguientes fórmulas son útiles para factorizar una ecuación:

$$ax + ay + az = a(x + y + z) \quad \text{factor común}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \quad \text{cuadrado perfecto}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b) \quad \text{diferencia de cuadrados}$$

Ecuaciones cuadráticas

La forma general de una ecuación cuadrática es:

$$a x^2 + b x + c = 0$$

donde x es la cantidad desconocida, a, b, c son factores numéricos conocidos como **coeficientes** de la ecuación. Esta ecuación tiene dos raíces :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{si } b^2 \geq 4ac \text{ las raíces son reales}$$

Ejercicios



Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas

$$1) \quad x^2 + 2x - 3 = 0 \quad x_1 = 1 \quad x_2 = -3$$

$$2) \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

$$3) \quad 2x^2 - 4x - 9 = 0 \quad x_1 = 1 + \frac{\sqrt{22}}{2} \quad x_2 = 1 - \frac{\sqrt{22}}{2}$$

Ecuaciones lineales

Una ecuación lineal tiene la forma general : $y = mx + b$ donde m y b son constantes. A esta ecuación se la conoce como lineal porque la gráfica de y en función de x es una línea recta

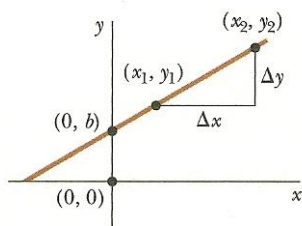


Fig 1: Recta representada en un sistema de ejes cartesianos ortogonales. La pendiente de la recta es el cociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

La constante b llamada **ordenada al origen** representa el valor de y en el que la línea recta interseca al eje y .

La constante m es igual a la **pendiente** de la línea recta. Si dos puntos cualesquiera en la línea recta se especifican mediante las coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , la pendiente de la línea recta se expresa como:

$$pendiente = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Fíjese que m y b pueden tener valores positivos o negativos. Si $m > 0$ la línea recta tiene una pendiente positiva, como en la fig 1, Si $m < 0$ la recta tiene una pendiente negativa.

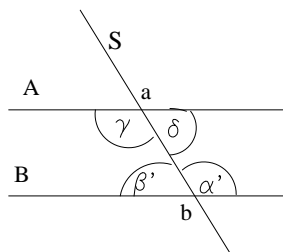
GEOMETRIA

La **distancia d** entre dos puntos que tienen coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

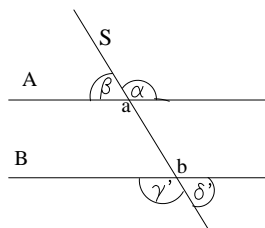
Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una tercera

Ángulos interiores:



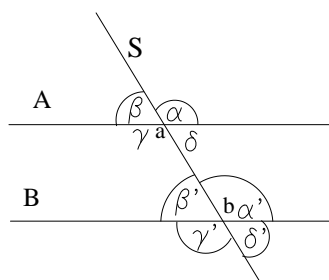
Los ángulos incluidos en el semiplano respecto de A que contiene a **b** y los ángulos incluidos en el semiplano respecto de B que contiene a **a** se llaman ángulos interiores. $\delta, \gamma, \beta', \alpha'$

Ángulos exteriores:



Los ángulos que no son interiores se llaman ángulos exteriores
 $\alpha, \beta, \delta', \gamma'$

Ángulos alternos (internos o externos):



Son pares de ángulos que están en distintos semiplanos respecto de la secante y ambos son interiores o exteriores.

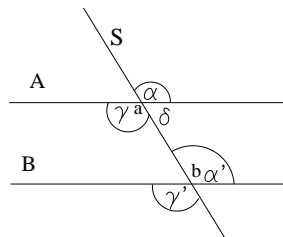
β y δ' alternos exteriores

α y γ' alternos exteriores

γ y α' alternos interiores

δ y β' alternos interiores

Ángulos correspondientes:

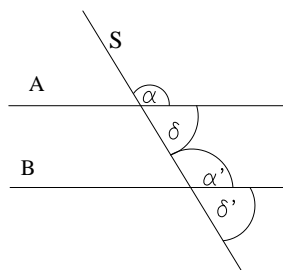


Son pares de ángulos que están de un mismo lado de la secante, uno es interior y el otro es exterior:

$$\alpha \text{ y } \alpha'$$

$$\gamma \text{ y } \gamma'$$

Ángulos conjugados (internos o externos):

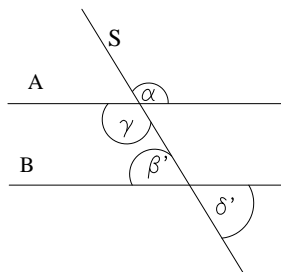


Son pares de ángulos que están situados en un mismo semiplano con respecto a la secante y ambos son interiores (exteriores)

α y δ' conjugados exteriores

δ y α' conjugados interiores

Ángulos opuestos por el vértice:



Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro.

$$\alpha \text{ y } \gamma$$

$$\beta' \text{ y } \delta'$$

Dos ángulos son iguales si sus lados son perpendiculares, lado derecho con lado derecho y lado izquierdo con lado izquierdo. Por ejemplo, los dos ángulos θ en la figura 2 son iguales debido a la perpendicularidad de los lados de los ángulos. Para distinguir los lados izquierdo y derecho de un ángulo, imagine estar de pie en el vértice del ángulo y de frente al ángulo.

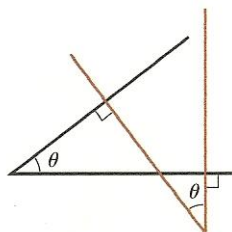
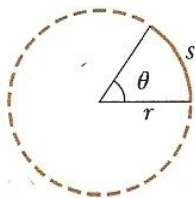


Fig 2: Los ángulos son iguales porque sus lados son perpendiculares

Angulo radián :

Definición: El ángulo formado por dos radios de una circunferencia, medido en radianes, es igual a la longitud del arco que delimitan los radios.

Medida radián: la longitud de arco s de un arco circular es proporcional al radio r para un valor fijo de θ (en radianes)

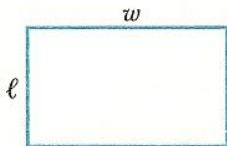


$$s = r \cdot \theta$$

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Fig 3: El ángulo θ en radianes es el cociente de la longitud del arco s al radio r del círculo

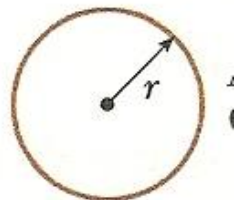
Áreas y volúmenes para varias formas geométricas usadas en Física:



Rectángulo

Área= largo x ancho = $L \cdot w$

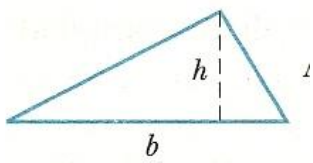
Perímetro: $2(L + w)$



Círculo

Perímetro de la circunferencia: $2\pi r$

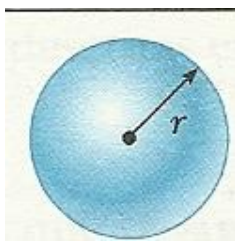
Área: πr^2



Triángulo

Perímetro: suma de sus lados

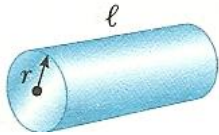
Área: $\frac{1}{2}b \cdot h$



Esfera

Área superficial = $4 \pi r^2$

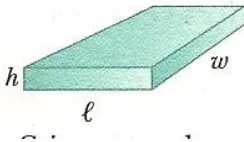
Volumen: $\frac{4}{3} \pi r^3$



Cilindro

Superficie lateral área: $2 \pi r l$

Volumen: $\pi r^2 l$

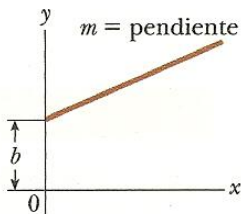


Caja rectangular

Área superficial: $2(l.h+l.w+h.w)$

Volumen: $l.w.h$

La ecuación de una **línea recta** es:



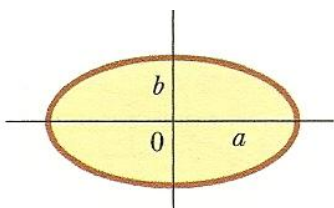
$y = m x + b$

Donde:

b es la ordenada al origen y **m** la pendiente de la recta

La ecuación de un **círculo** de radio R con centro en el origen es: $x^2 + y^2 = R^2$

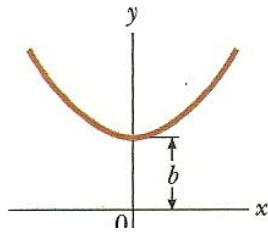
La ecuación de una **elipse** que tiene el origen en su centro es:



$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

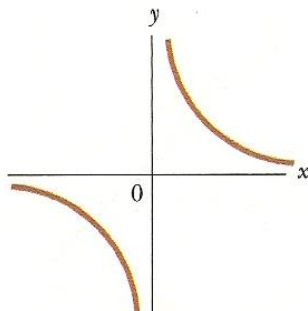
Donde **a** es la longitud del eje mayor (el más largo) y **b** es la longitud del eje menor (el más corto)

La ecuación de una **parábola** cuyo vértice está en $y = b$ es:



$$y = ax^2 + b$$

La ecuación de una **hipérbola rectangular** es:

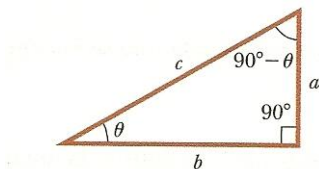


$$x \cdot y = \text{constante}$$

TRIGONOMETRIA

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos rectángulos. Para esto se vale de las razones trigonométricas, las cuales son utilizadas frecuentemente en cálculos técnicos.

Un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo de 90° .



el lado a es opuesto al ángulo θ

el lado b es adyacente al ángulo θ

el lado c es la hipotenusa del triángulo.

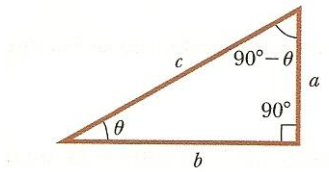
Las tres funciones trigonométricas básicas definidas por el triángulo rectángulo son:

Seno (sen)

coseno (cos)

tangente (tan)

En términos del ángulo θ estas funciones se definen del modo siguiente:



$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto opuesto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\text{cateto adyacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tan } \theta = \frac{\text{cateto opuesto a } \theta}{\text{cateto adyacente a } \theta} = \frac{a}{b}$$

El teorema de Pitágoras proporciona la siguiente relación entre los lados de un triángulo rectángulo:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

A partir de las definiciones anteriores y del teorema de Pitágoras se tiene:

$$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$$

$$\text{tan } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$$

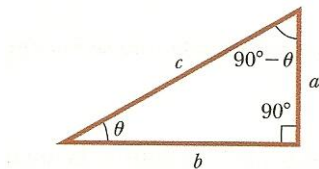
Las funciones cotangente (cotan), secante (sec) y cosecante (cosec) se definen como:

$$\text{cotan } \theta = \frac{1}{\text{tan } \theta}$$

$$\text{sec } \theta = \frac{1}{\text{cos } \theta}$$

$$\text{cosec } \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta}$$

Las siguientes relaciones se deducen directamente del triángulo rectángulo:



$$\text{sen } \theta = \text{cos } (90^\circ - \theta)$$

$$\text{cos } \theta = \text{sen } (90^\circ - \theta)$$

$$\text{cotan } \theta = \text{tan } (90^\circ - \theta)$$

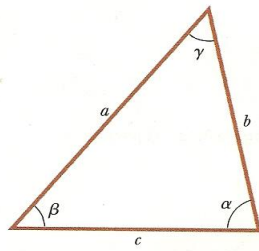
Algunas propiedades de las funciones trigonométricas son las siguientes:

$$\text{sen } (-\theta) = - \text{sen } \theta$$

$$\text{cos } (-\theta) = \text{cos } \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

Las siguientes relaciones son aplicables a cualquier triángulo:



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Ley de cosenos

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos\beta \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos\gamma \end{cases}$$

ley de senos

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

A continuación se mencionan algunas identidades trigonométricas útiles:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cotan \theta$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$$

$$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin A \pm \sin B = 2 \sin\left[\frac{1}{2}(A \pm B)\right] \cos\left[\frac{1}{2}(A \mp B)\right]$$

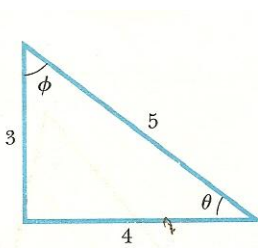
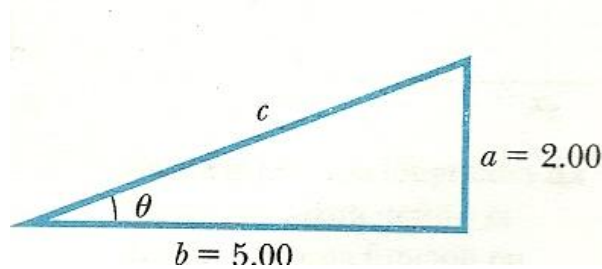
$$\cos A + \cos B = 2 \cos\left[\frac{1}{2}(A + B)\right] \cos\left[\frac{1}{2}(A - B)\right]$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin\left[\frac{1}{2}(A + B)\right] \sin\left[\frac{1}{2}(B - A)\right]$$



Ejercicios

- 1) Considere el triángulo rectángulo de la figura en el que $a = 2 \text{ m}$; $b = 5 \text{ m}$ y c es desconocido. Halle c y el ángulo θ



2) En la siguiente figura identifique:

a) el lado opuesto a θ

b) el lado adyacente a θ y luego halle

c) $\cos \theta$ $\text{sen } \theta$ $\tan \theta$

3) En un cierto triángulo rectángulo, los dos lados que son mutuamente perpendiculares miden 5 m y 7 m ¿cuál es la longitud del tercer lado?

4) Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa de 3 m de largo y uno de sus ángulos 30°

a) ¿cuál es la longitud del lado opuesto al ángulo de 30° ?

b) ¿cuál es el lado adyacente al ángulo de 30° ?

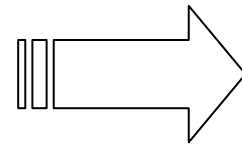
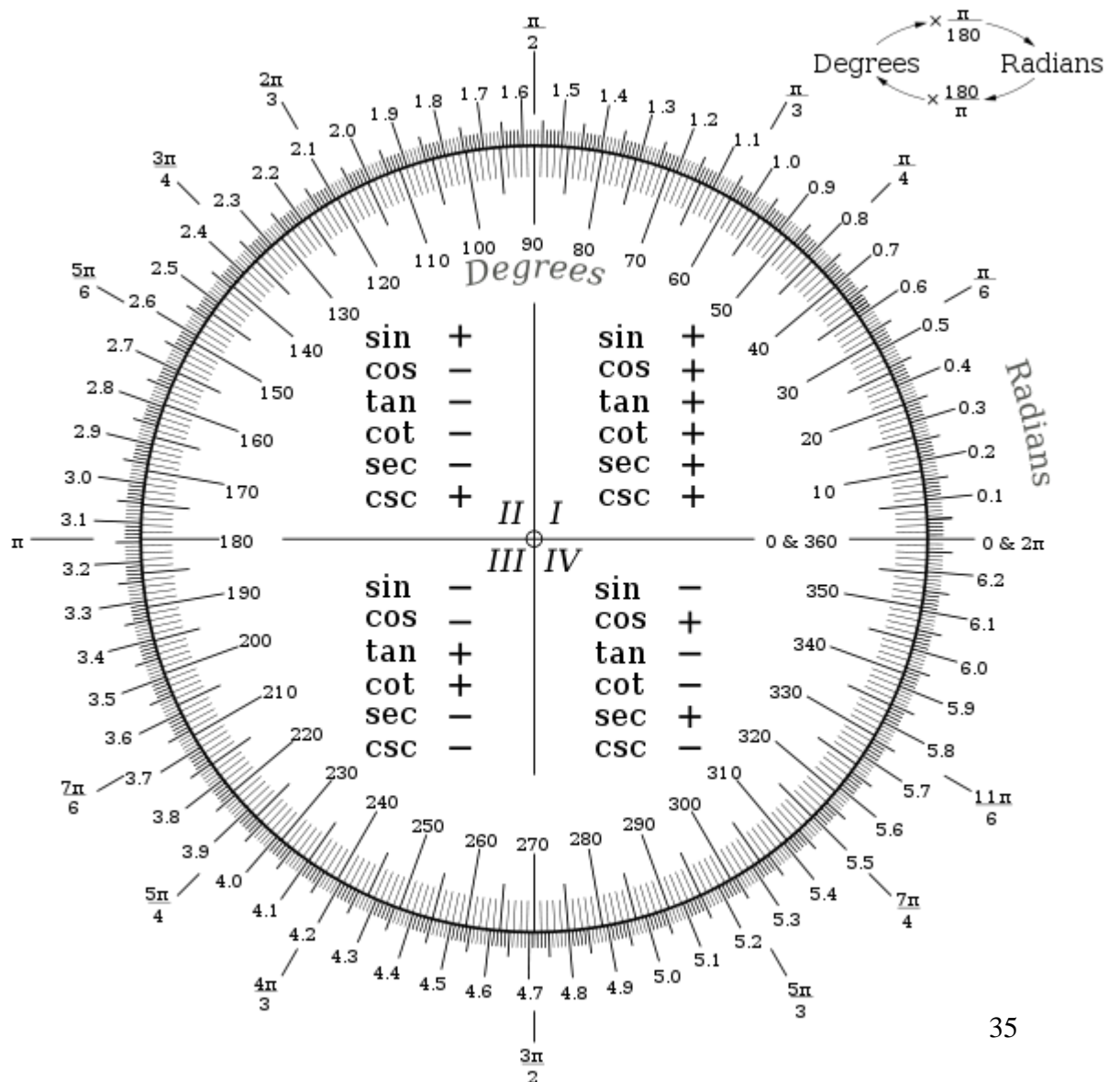


TABLA DE CONVERSION ENTRE GRADOS SEXAGESIMALES Y RADIANES



Los valores radianes están expresados en la nomenclatura exterior y los valores sexagesimales en la interior.

Bibliografía

- Gaisman, María Teresa y otros. (2008). *Física. Movimiento, Interacciones y transformaciones de la Energía*. Buenos Aires: Ediciones Santillana.
- Galloni, Horacio. *Física 4°*. (2000). Buenos Aires: Editorial Sainte Claire.
- Mautino, José María. *Física 4*. (1989). Buenos Aires: Editorial Stella.
- Tricárico, Hugo Roberto y Raúl Horacio Bazo. *Física 4*. 6ª ed. *Buenos Aires*: A-Z editora, 1998.