

11

CARGAS DINAMICAS Y FATIGA

11.1 CARGAS DINAMICAS

11.1.1 Concepto

Hasta este momento nos hemos ocupado de estudiar las tensiones y deformaciones producidas por las cargas estáticas, es decir, cargas que insumen un tiempo considerable en aplicarse. Las cargas estáticas varían su magnitud de cero a los valores definitivos tan lentamente, que las aceleraciones que en estas condiciones reciben los elementos de las estructuras son despreciablemente pequeñas. Un ejemplo claro de este tipo de carga es la que soporta una columna de un edificio de viviendas, la cual tarda en recibir el total de las cargas gravitacionales aproximadamente dos años, que es el tiempo que usualmente media entre la construcción de la propia columna y la habilitación del edificio.

Cuando una carga se aplica en un período relativamente corto recibe el nombre de “carga dinámica”. Las cargas dinámicas se distinguen de las estáticas por el hecho de originar modificaciones tanto en la magnitud de las tensiones como en las deformaciones a que dan lugar, afectando también la forma y límite de rotura de los materiales.

En los materiales solicitados dinámicamente la deformación de rotura se reduce en forma considerable. Asimismo, las experiencias realizadas demuestran incrementos del límite de fluencia y de la tensión de rotura. Muchos materiales que frente a cargas estáticas tienen un comportamiento dúctil, en el caso de cargas dinámicas presentan un comportamiento frágil.

Las cargas dinámicas producidas por el impacto de un cuerpo en movimiento pueden originar en la estructura o en parte de ella efectos vibratorios. Si la carga dinámica se repite en forma periódica, y su frecuencia coincide con el período de vibración del elemento, éste puede entrar en resonancia. Cuando esto ocurre se originan deformaciones tan grandes que conducen al colapso de la estructura.

La determinación en forma rigurosa de las tensiones que se originan como consecuencia de las cargas dinámicas resulta compleja y en cierto modo, un tanto indefinida. En el caso de solicitaciones estáticas las cargas actuantes pueden determinarse en forma mucho más cierta que en el caso de solicitaciones dinámicas, dónde ocurre una transferencia de una cierta cantidad de energía cinética, la cual en la práctica es muy difícil de cuantificar.

La determinación del estado tensional también depende de la zona de contacto en el impacto y del proceso de variación, en función del tiempo, de las fuerzas de contacto. Un ejemplo de esta situación se presenta en el caso de la colocación de material granular en una tolva, En el instante inicial de contacto la masa granular tiene una forma bastante diferente de la que adquiere cuando ha terminado de caer.

Otro efecto que juega un papel importante en el proceso de choque es la dispersión (disipación) de la energía, lo que es muy difícil de cuantificar. En este sentido, el amortiguamiento que pudieran proveer los vínculos es sumamente importante.

En base a lo que hemos dicho, en la mayoría de los casos se tratan de cuantificar los efectos dinámicos en forma experimental. Para que los cálculos de solicitaciones resulten sencillos se utilizan “cargas estáticas equivalentes”, que no son sino cargas ficticias que actuando estáticamente producen el mismo efecto que las cargas verdaderas actuando en forma dinámica.

Las cargas estáticas equivalentes se obtienen multiplicando las cargas verdaderas por un “coeficiente de impacto o dinámico”. Este coeficiente depende de numerosas variables, y según ya hemos visto, en la mayoría de los casos se determina en forma experimental. Para ciertos problemas tipo quedan establecidos por los correspondientes reglamentos de cálculo en función de las variables más significativas.

A continuación estudiaremos algunos problemas simples dónde podrá determinarse analíticamente el coeficiente de impacto, pero para ello deberemos realizar varias hipótesis simplificadoras.

11.1.2 Sollicitación dinámica axial

Consideremos el caso de una barra de sección Ω y longitud L , suspendida de un extremo, y que soporta en el opuesto el impacto de un peso Q que cae desde una altura h .

Como consecuencia del impacto, el trabajo desarrollado por Q será:

$$W_1 = Q(h + d) \quad (11.1)$$

Consideremos una carga estática P que origina la misma deformación δ . P sería una carga “estáticamente equivalente”.

El trabajo desarrollado por esta carga será:

$$W_2 = \frac{1}{2} Pd \quad (11.2)$$

El trabajo producido en ambos casos deberá ser el mismo, con lo que:

$$W_1 = W_2 \quad (11.3)$$

Si admitimos que el material no supera el límite de proporcionalidad, resulta válida la Ley de Hooke, con lo que:

$$\frac{Pd}{2} = \frac{WE d^2}{2L} = Q(h + d) \quad \text{®} \quad \frac{WE}{2L} d^2 - Qd - Qh = 0$$

$$d = \frac{QL}{WE} + \sqrt{\frac{\alpha QL}{\epsilon} \frac{\ddot{\sigma}^2}{WE \sigma} + \frac{2QL}{WE} h} \quad (11.4)$$

$$\frac{QL}{WE} = d_{EST} \quad (11.5)$$

$$v = \sqrt{2gh} \quad (11.6)$$

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad (11.7)$$

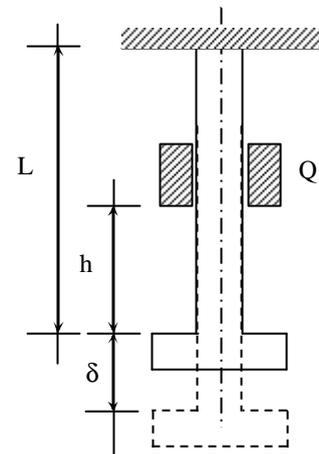


Fig. 11.1

$$d = \frac{QL}{WE} \hat{\epsilon} + \sqrt{\frac{\hat{\epsilon}}{\hat{\epsilon}} + \frac{v^2 WE}{gQL} \frac{\dot{u}}{\dot{u}}} = d_{EST} \hat{\epsilon} + \sqrt{1 + \frac{v^2}{gd_{EST}}} \frac{\dot{u}}{\dot{u}} \quad (11.8)$$

φ = coeficiente de impacto

Consideremos a continuación algunos casos particulares:

$$a) h \rightarrow 0 \quad \rightarrow \quad v^2 \rightarrow 0$$

$$d = 2d_{EST} \quad (11.9)$$

Este caso corresponde a una carga instantánea, es decir, que no crece paulatinamente en el tiempo. Según la expresión anterior la deformación originada resulta ser el doble de la que correspondería a una carga estática.

$$b) h \gg \delta_{EST} \quad \rightarrow \quad \delta_{EST} \rightarrow 0$$

$$E_{cinética} = E_C = \frac{mv^2}{2} = \frac{Q}{2g} v^2 \quad (11.10)$$

$$d = d_{EST} + \sqrt{d_{EST}^2 + \frac{QLv^2}{gWE}} = d_{EST} + \sqrt{d_{EST}^2 + \frac{2LE_C}{WE}}$$

$$d = \sqrt{\frac{2LE_C}{WE}} \quad (11.11)$$

$$\sigma = E\epsilon = E \frac{\delta}{L} = \frac{E}{L} \sqrt{\frac{2L}{\Omega E}} \sqrt{E_C} = \sqrt{\frac{2E}{\Omega L}} \sqrt{E_C}$$

$$s = \sqrt{\frac{2E}{vol}} \sqrt{E_C} \quad (11.12)$$

En este caso puede verse que la tensión disminuye no solamente si se aumenta el área de la sección transversal sino cuando se aumenta la longitud de la barra.

11.1.3 Solicitación Dinámica por Flexión

Consideremos una viga simplemente apoyada de luz L , que recibe en la mitad de su luz el impacto de una carga concentrada Q que cae desde una altura h .

Para este problema realizaremos un análisis similar al efectuado en el ítem anterior.

$$W_1 = Q(h + f_d) \quad (11.13)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} P f_d \quad (11.14)$$

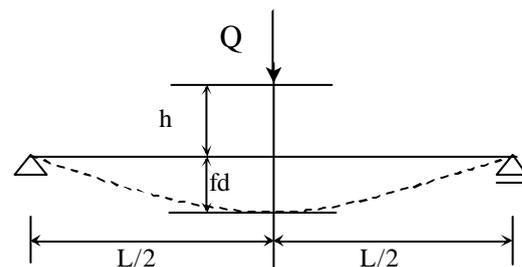


Fig. 11.2

$$f_d = \frac{PL^3}{48EI} \textcircled{R} P = \frac{48EI}{L^3} f_d \quad P: \text{carga estática equivalente} \quad (11.15)$$

$$W_1 = W_2 \textcircled{R} Q(h + f_d) = \frac{48EI}{2L^3} f_d^2 \textcircled{R} \frac{24EI}{L^3} f_d^2 - Qf_d - Qh = 0 \quad (11.3)$$

$$f_d = \frac{QL^3}{48EI} + \sqrt{\frac{\varphi QL^3}{48EI} + \frac{QL^3}{24EI} h} = f_{EST} + \sqrt{f_{EST}^2 + f_{EST} \frac{v^2}{g}}$$

$$f_d = f_{EST} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g f_{EST}}} \right) \quad (11.16)$$

φ = coeficiente de impacto

En este caso se llega a una expresión para el coeficiente de impacto muy similar al problema anterior, y las conclusiones que se obtienen son semejantes.

$$a) h \rightarrow 0 \rightarrow v \rightarrow 0 \rightarrow f_d = 2 \cdot f_{EST} \quad (11.17)$$

$$b) h \gg \delta_{EST}$$

$$f_{EST} \rightarrow 0 \rightarrow f_d = \sqrt{f_{EST} \frac{v^2}{g}} \quad (11.18)$$

$$f_d = \sqrt{\frac{QL^3}{24EI} h} \quad (11.19)$$

$$S_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{I} y_{m\acute{a}x} = \frac{PL}{4I} y_{m\acute{a}x}$$

$$P = \frac{48EI}{L^3} f_d \textcircled{R} \frac{PL}{4I} = \frac{12E}{L^2} f_d \textcircled{R} S_{m\acute{a}x} = \frac{12E}{L^2} y_{m\acute{a}x} f_d \quad (11.20)$$

$$S_{m\acute{a}x} = \frac{12E}{L^2} y_{m\acute{a}x} \sqrt{\frac{QL^3}{24EI} h} = \sqrt{\frac{6EQh}{LI}} y_{m\acute{a}x}^2 \quad (11.21)$$

Supongamos que la sección transversal es rectangular de base b y altura d.

$$I = \frac{bd^3}{12} = \frac{(bd)d^2}{12} ; \text{ donde } y_{m\acute{a}x} = \frac{d}{2} \textcircled{P} I = \frac{W4}{12} y_{m\acute{a}x}^2 = \frac{W}{3} y_{m\acute{a}x}^2 \textcircled{R} \frac{y_{m\acute{a}x}^2}{I} = \frac{3}{W}$$

$$S_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{18E}{LW}} \cdot \sqrt{Qh} = \sqrt{\frac{18E}{\text{Vol}}} \cdot \sqrt{Qh} \quad (11.22)$$

Podemos ver que en este caso la tensión disminuye cuando aumenta el volumen de la pieza

11.1.4 Solicitación dinámica por Torsión.

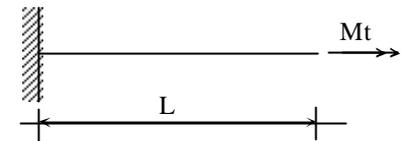
Esta forma de sollicitación se presenta en diversos problemas de la técnica.

Uno de los más frecuentes es el de los árboles que transmiten potencia, cuando el par motor es aplicado bruscamente. Un ejemplo de ello lo constituye el acoplamiento de un eje al mecanismo motor mediante un embrague. Cuando el embrague se acciona en forma brusca, la potencia actúa en forma dinámica.

La energía cinética transmitida podemos expresarla como el producto del par torsor M_t por el ángulo de giro ϕ .

Si θ es el ángulo de torsión específico producido en la pieza entonces el trabajo desarrollado será:

$$W_1 = M_t (f + qL) \quad (11.23)$$



Supongamos ahora un momento torsor M_t' que actuando en forma estática produce un trabajo igual al anterior

$$W_2 = \frac{M_t' qL}{2} \quad (11.24)$$

Si la sección es circular maciza y el material no supera el período elástico tendremos:

$$M_t' = G I_P q \otimes \frac{G I_P L}{2} q^2 - M_t L q - M_t f = 0$$

$$qL = \frac{M_t L}{G I_P} + \sqrt{\frac{\alpha M_t L}{\epsilon} \frac{\ddot{\theta}^2}{G I_P} + \frac{2M_t L f}{G I_P}} \quad (11.25)$$

$$q_s = \frac{M_t}{G I_P} \quad (\text{ángulo específico de torsión si } M_t \text{ fuese estático})$$

$$qL = q_s L + \sqrt{(q_s L)^2 + 2q_s f L}$$

$$q = q_s + \sqrt{(q_s)^2 + 2q_s f / L} = q_s \hat{\epsilon} \mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{1} + \frac{2f}{q_s L} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}} \quad (11.26)$$

ϕ = coeficiente de impacto

Si el par torsor actúa en forma instantánea $\phi \rightarrow 0$ con lo que $\theta = 2\theta_s$. Vemos entonces que en forma análoga a lo que ocurre con flexión y esfuerzo axial, la aplicación instantánea del esfuerzo duplica las deformaciones y consecuentemente las tensiones.

11.2 SOLICITACIONES POR FATIGA

11.2.1 Cargas repetidas

En algunas estructuras, y especialmente en elementos de máquinas, los esfuerzos actuantes no son estáticos sino que actúan en forma dinámica, variable con el tiempo.

En algunos casos particulares de piezas de máquina, si bien las cargas no varían, el movimiento de la pieza hace que las tensiones varíen a través del tiempo.

Ejemplo clásico de esto último es el eje de un vagón de ferrocarril el cual por su rotación produce la inversión del signo de las tensiones internas.

Consideremos el caso de un eje de dicho vagón que soporta dos cargas iguales en los extremos, según se indica en la figura 11.4. Estas cargas son transmitidas a la tierra mediante dos ruedas.

Una sección como la a-a soporta un momento flector M y para un cierto instante, un punto como el A, ubicado en el borde superior de la sección, tendrá una tensión normal que será máxima:

$$s_{\text{máx}} = \frac{M}{I} r \quad (11.27)$$

Transcurrido un cierto tiempo, si el eje gira con una velocidad angular ω , el punto A pasará a la posición A' de ordenada $y = r \sin(90 - \omega t)$. La tensión será entonces:

$$s = \frac{M}{I} r \sin(90 - \omega t) = s_{\text{máx}} \sin(90 - \omega t)$$

$$s = s_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (11.28)$$

La ecuación 11.28 nos muestra que la tensión en el punto A varía cíclicamente según una función cosenoidal de amplitud $s_{\text{máx}}$.

Otro ejemplo de sollicitación cíclica corresponde al mecanismo biela-manivela, donde la biela está sujeta a sollicitaciones alternadas de tracción y compresión.

En determinados casos las sollicitaciones alternadas ocurren en forma continuada durante períodos largos de tiempo, como en el caso de ejes de locomotoras, cigüeñales, bielas, dientes de engranajes, resortes de válvulas, etc. En otras circunstancias, como en los puentes ferroviarios, la variación de tensiones ocurre en períodos de tiempo cortos y el aumento de las tensiones por sobre el valor de las correspondientes a las cargas estáticas es relativamente reducido.

Cuando sobre un elemento estructural actúan sistemáticamente cargas repetidas o cíclicas, en los lugares dónde existen fuertes concentraciones de tensiones, cuyo origen obedece a irregularidades superficiales, a cambios bruscos de forma, a la existencia de fisuras internas microscópicas o a inclusiones también microscópicas (granos de escoria en el caso de los metales), pueden aparecer

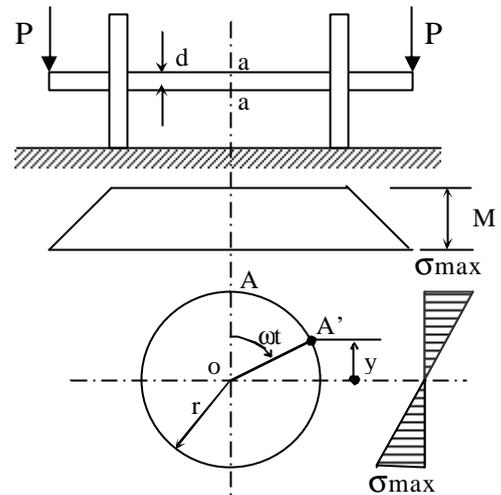


Fig.11.4

grietas que conducen a la destrucción frágil del elemento, aún cuando el material tenga un comportamiento dúctil bajo cargas estáticas. Por ejemplo para el caso del eje de la fig. 11.4, si en función del momento actuante en la sección y las características del material dimensionáramos el eje en base a la tensión admisible correspondiente a las cargas estáticas, al someter la pieza a un ensayo veríamos que esta rompe al cabo de un cierto número de ciclos.

La existencia de una discontinuidad en una pieza, sea ésta un orificio, una entalladura, etc., hechos muy comunes en la práctica, da origen a perturbaciones en la distribución de tensiones. Aparecen así las denominadas concentraciones de tensiones, y sus correspondientes diagramas presentan los llamados picos de tensión, originados por grandes deformaciones localizadas en pequeñas zonas de la sección.

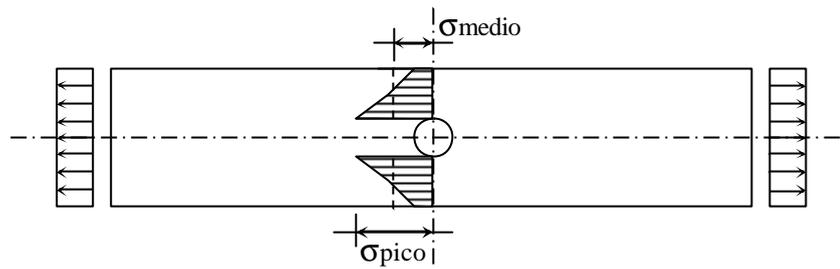


Fig. 11.5

El proceso de surgimiento y desarrollo de las grietas en el material sólido, originado por las cargas cíclicas, se denomina “fatiga del material”.

El análisis teórico de la resistencia a la fatiga presenta grandes dificultades. La naturaleza de la destrucción por fatiga se determina por las particularidades de la estructura molecular y cristalina de la materia. Por lo tanto, el esquema de la materia continua que se aplicó en los temas que hasta ahora se analizaron, en este caso concreto no puede servir de base satisfactoria para la investigación.

Es por esto que resulta necesario, manteniendo todas las suposiciones de la mecánica del cuerpo continuo, ir por el camino de la acumulación de datos experimentales que, permitan elaborar las reglas pertinentes para orientar los cálculos. La agrupación y sistematización de los datos experimentales constituye en la actualidad el contenido de la teoría de la resistencia a la fatiga.

11.2.2 Tipos de tensión en la sollicitación por fatiga – Definiciones

Las sollicitaciones repetidas pueden clasificarse dentro de dos categorías:

- a) **Pulsatorias** (las tensiones varían entre dos extremos sin cambiar de signo)
- b) **Cargas oscilantes** (los valores extremos de las tensiones son de distinto signo)

A su vez, las cargas pulsatorias se denominan intermitentes si una de las tensiones extremas es nula, y las cargas oscilantes se dicen alternadas si las tensiones extremas son opuestas. En la figura 11.6 podemos ver ejemplos gráficos de los distintos tipos de cargas recientemente definidas.

Llamaremos $S_{\text{máx}}$, o tensión superior a la máxima tensión en valor absoluto, y $S_{\text{mín}}$ a la mínima tensión también en valor absoluto.

Definiremos como *tensión media* al siguiente valor:

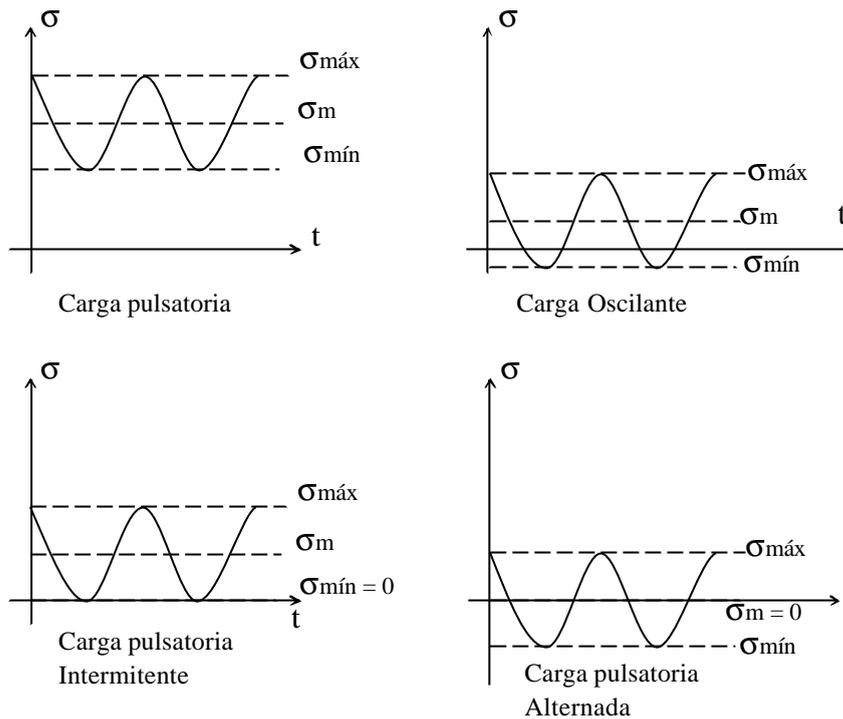


Fig. 11.6

$$S_m = \frac{S_{m\acute{a}x} + S_{m\acute{m}n}}{2} \quad (11.29)$$

y definiremos como amplitud de la tensión dinámica a:

$$S_a = \frac{S_{m\acute{a}x} - S_{m\acute{m}n}}{2} \quad (11.30)$$

Esta última también se conoce como tensión variable o revertida.

Llamaremos *coeficiente de ciclo* a:
$$r = \frac{S_{m\acute{m}n}}{S_{m\acute{a}x}}$$

Los ciclos con igual valor de r se denominan ciclos semejantes.

Para ciclo intermitente $\rightarrow r = 0$

Para ciclo alterno simétrico $\rightarrow r = -1$

Cualquiera de las cargas que hemos mencionado recientemente puede ser considerada como resultante de la superposición de dos tensiones: una constante de valor σ_m y otra alternada de amplitud σ_a .

La experiencia indica que la resistencia a la fatiga depende sólo de la amplitud de la tensión dinámica σ_a y del valor de la tensión media, influyendo muy poco la ley de variación entre las tensiones extremas. Para un cierto material dado, la resistencia a la rotura será la misma para cualquiera de las leyes de variación de la figura 11.7

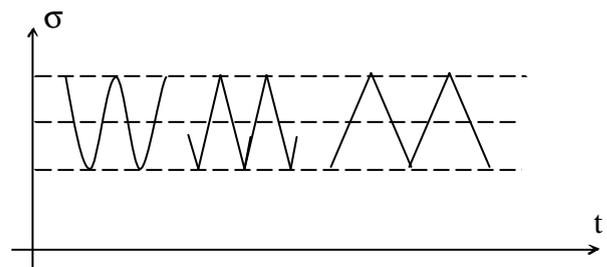


Fig. 11.7

Quiere decir que para juzgar sobre la resistencia a la fatiga en el caso del ciclo dado, es suficiente conocer los valores de $S_{m\acute{a}x}$ y $S_{m\acute{m}n}$ o bien S_m y S_a

11.2.3 Resistencia a la fatiga. Curva de Wöhler

Definiremos como “resistencia a la fatiga” a la máxima amplitud de la tensión dinámica que superpuesta en ambos sentidos a la tensión media puede actuar un número ilimitado de reiteraciones, sin provocar la rotura del material ni una deformación plástica superior a la admisible.

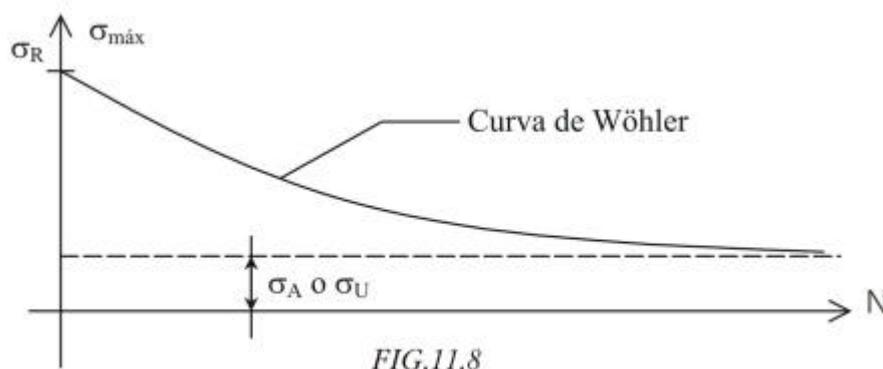
Existen algunos casos particulares de resistencia a la fatiga:

a) Resistencia de oscilación. Corresponde al caso de $\sigma_m = 0$ y $\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{i}n}$, La designaremos σ_A .

Resistencia de pulsación. En este caso una de las tensiones extremas es nula. La designaremos con σ_U .

La determinación de la resistencia a la fatiga se efectúa experimentalmente, y resulta ser siempre inferior a la resistencia determinada en un ensayo estático.

Para obtener la resistencia a la fatiga se realiza el trazado del denominado Diagrama de Wöhler. Para ello se somete una probeta del material a una carga variable de amplitud σ_a y tensión σ_m prefijadas, determinándose el número N de ciclos para el cual se produce la rotura por fatiga. El ensayo se repite para otros valores de σ_a . Para cada caso se representa en un diagrama el valor de N que ha conducido a la rotura (en escala logarítmica) y la tensión máxima correspondiente al mismo. Se obtiene así una curva asintótica a un valor de $\sigma_{m\acute{a}x}$ que es precisamente la resistencia de fatiga.



Para $N=0$ el valor de la resistencia a la fatiga coincide con el valor de la resistencia estática σ_R .

Debido a que algunos materiales son capaces de resistir un número ilimitado de ciclos, se adopta una resistencia de fatiga convencional, que corresponde a la tensión para la cual el material resiste una cantidad determinada de ciclos, por ejemplo 10^8 .

Hay numerosos factores que influyen en la resistencia a la fatiga. Ya hemos visto que la influencia de los ciclos de carga es muy importante, otros factores significativos son la posibilidad de corrosión, la temperatura de trabajo, el endurecimiento en frío, los tratamientos térmicos, la forma de las probetas que se utilizan en los ensayos, etc.

Un resultado importante a tener en cuenta es el siguiente:

$$\sigma_R \geq \sigma_U \geq \sigma_A$$

11.2.4 Diagramas de fatiga

La mayor parte de los valores experimentales obtenidos en ensayos de flexión corresponden a cargas oscilantes alternadas, para las cuales $\sigma_m = 0$, pero en realidad, para una mejor interpretación de los resultados interesa conocer la influencia de σ_m . Para ello deben disponerse de numerosos resultados experimentales que contemplen la mayor cantidad posible de combinaciones.

Numerosos investigadores han realizado estos ensayos y han obtenido diferentes interpretaciones. Las interpretaciones gráficas de los resultados han dado lugar a la definición de los denominados diagramas de fatiga, de los cuales uno muy difundido es el Diagrama de Smith.

Para su construcción se procede de la forma siguiente: sobre un par de ejes coordenados ortogonales se llevan en abscisas las tensiones medias σ_m y en ordenadas las tensiones $\sigma_{m\acute{a}x}$ y $\sigma_{m\acute{i}n}$.

correspondientes a las respectivas tensiones medias. Las ordenadas definidas por una recta a 45° que pasa por el origen corresponden, lo mismo que las respectivas abscisas, a las tensiones medias σ_m , y dicha recta divide en partes iguales a la doble amplitud σ_a . Es decir, que la distancia de cada curva límite a la recta mencionada corresponde al valor de la tensión variable σ_a , que es la que define a las distintas resistencias de fatiga.

En la figura 11.9 hemos reproducido un diagrama de Smith que obedece a las características de un acero de límite de rotura estática $\sigma_R = 47 \text{ kN/cm}^2$, límite de fluencia $\sigma_F = 26 \text{ kN/cm}^2$ y resistencia de fatiga bajo carga oscilante alternada $\sigma_A = 19 \text{ kN/cm}^2$.

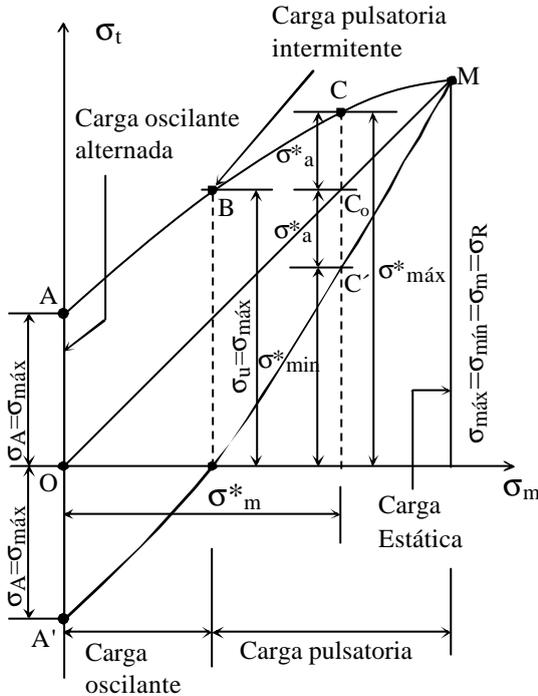


Fig. 11.9

Para un material como el indicado, el diagrama es simétrico, para el tercer cuadrante en relación al primero, por lo que sólo hemos graficado una parte. En la figura además hemos ubicado las cargas tipos ya estudiadas y se indicaron las zonas de validez para cada una.

Si se entra en el diagrama con un valor de la tensión media σ_m , del mismo se puede obtener el valor de la resistencia a la fatiga σ_a . En el diagrama puede verse que en la medida que σ_m crece, disminuye la resistencia a la fatiga, hasta $\sigma_m = \sigma_R$ donde no se admite ninguna carga repetida.

Para el dimensionamiento de elementos estructurales sometidos a fatiga, la experiencia indica que no es conveniente superar el valor del límite de fluencia del material, así es que el diagrama de Smith queda limitado a la zona rayada del dibujo. La corrección se realiza en base a lo anterior y manteniendo la simetría debida.

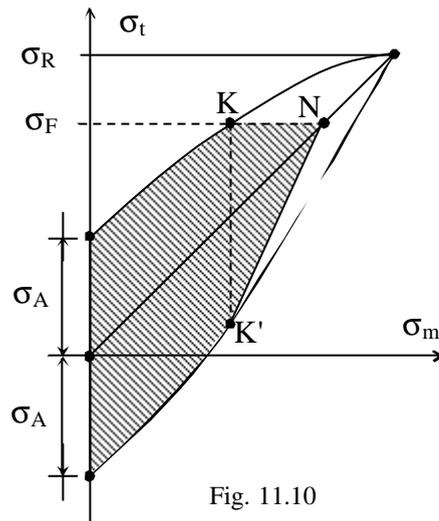


Fig. 11.10

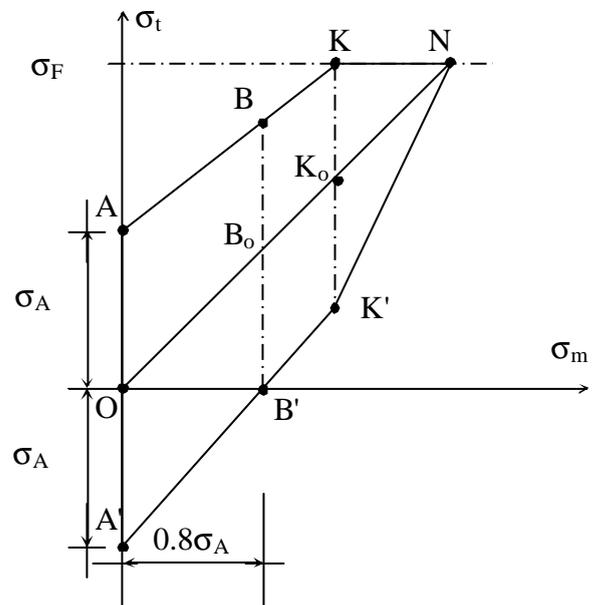


Fig. 11.11

Finalmente podemos ver que el diagrama queda definido entre dos rectas y dos curvas de reducida curvatura, las cuales pueden ser reemplazadas sin error, por dos rectas. Esto simplifica el trazado del diagrama.

Admitiendo que σ_a correspondiente a la resistencia pulsatoria intermitente es del orden del 80% de la resistencia σ_A , bastará conocer σ_F y σ_A para poder trazar el diagrama aproximado, el cual queda definido como en el esquema de la figura 11.11.

$$\overline{BB_0} = \overline{B_0B'} = 0.8S_A$$

$$\overline{KK_0} = \overline{K_0K'}$$

Otros investigadores han propuesto ciertas leyes que establecen la variación de la tensión variable σ_a en función de la tensión media σ_m .

Ley de Goodman:
$$\frac{S_a}{S_A} = 1 - \frac{S_m}{S_R} \quad (11.32)$$

Ley de Gerber:
$$\frac{S_a}{S_A} = 1 - \frac{S_m}{S_R} \left(\frac{S_m}{S_R} \right)^2 \quad (11.33)$$

Ley de Soderberg:
$$\frac{S_a}{S_A} = 1 - K \frac{S_m}{S_R} \quad (11.34)$$

Dónde
$$K = \frac{S_R}{S_F}$$

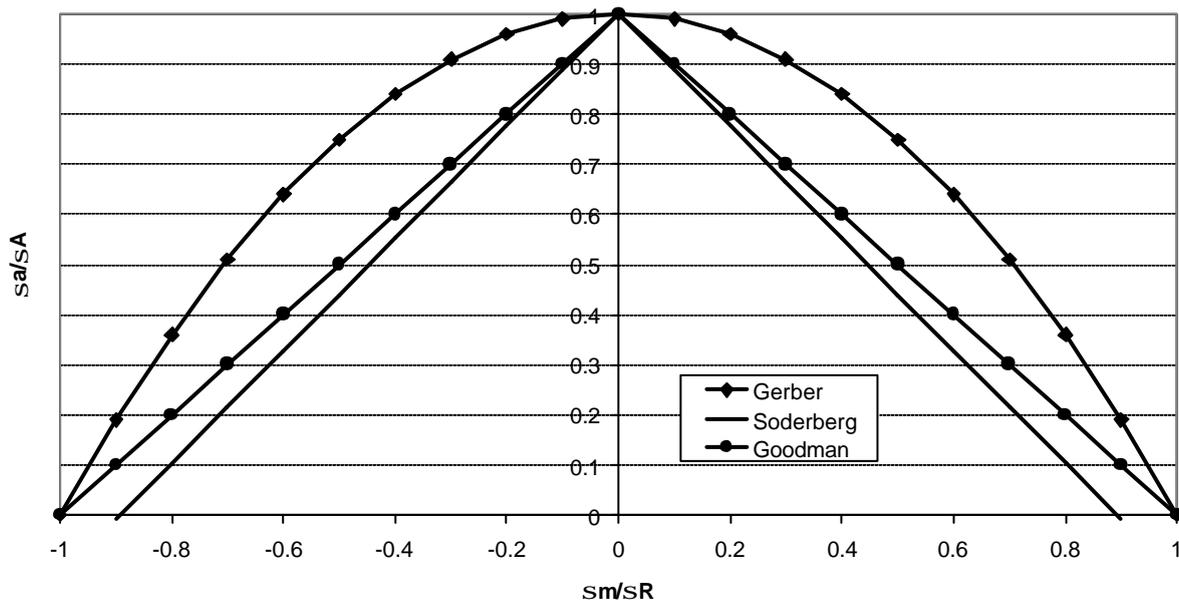


Fig. 11.12 Representación gráfica de las tres teorías

11.2.5 Dimensionamiento de piezas sometidas a fatiga

11.2.5.1 Concepto

Para realizar el dimensionamiento vamos a considerar válida la Ley de Soderberg, a partir de la cual obtendremos la expresión correspondiente a la tensión $\sigma_{m\acute{a}x}$.

$$S_{m\acute{a}x} = S_m + S_a$$

$$S_{m\acute{a}x} = S_m + S_A - \frac{S_A}{S_F} S_m = S_A + \left(1 - \frac{S_A}{S_F}\right) S_m$$

llamando $\beta = \sigma_A / \sigma_F$ tenemos:

$$S_{m\acute{a}x} = S_A + (1 - \beta) S_m \quad (11.35)$$

La expresión de $\sigma_{m\acute{a}x}$ depende de σ_A , que es una tensión de rotura, la que por razones de seguridad deberá ser afectada del correspondiente coeficiente de seguridad.

$$S_{adm\ fat} = \frac{S_A}{n} + (1 - \beta) S_m$$

$$S_{adm\ fat} = \frac{\acute{e} S_A}{\acute{e} n} + (1 - \beta) S_m \frac{\acute{u} S_{adm}}{\acute{u} S_{adm}} = \frac{\acute{e} S_A}{\acute{e} n S_{adm}} + (1 - \beta) \frac{S_m}{S_{adm}} \frac{\acute{u} S_{adm}}{\acute{u}}$$

$$S_{adm} = \frac{S_F}{n}$$

$$S_{adm\ fat} = \frac{\acute{e} S_A}{\acute{e} S_F} + (1 - \beta) \frac{S_m}{S_{adm}} \frac{\acute{u} S_{adm}}{\acute{u}} = \frac{\acute{e}}{\acute{e}} \beta + (1 - \beta) \frac{S_m}{S_{adm}} \frac{\acute{u} S_{adm}}{\acute{u}}$$

$$S_{adm\ fat} = \frac{S_{adm}}{y} \quad (11.36)$$

ψ = coeficiente de fatiga

Vemos finalmente que un problema de fatiga puede resolverse como un problema de cargas estáticas, afectando la tensión admisible de un coeficiente que depende de las características del material y de la tensión media.

A continuación analizaremos algunos casos simples de dimensionamiento.

11.2.5.2 Fatiga por sollicitación axial

Consideremos una pieza sometida a una carga axial P variable entre $P_{m\acute{a}x}$ y $P_{m\acute{i}n}$.

$$S_{m\acute{a}x} = \frac{P_{m\acute{a}x}}{W}$$

$$P_m = \frac{1}{2} (P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n}) \quad \text{®} \quad S_m = \frac{P_m}{W}$$

$$S_{\text{máx trabajo}} = \frac{P_{\text{máx}}}{W} \xi \hat{e} b + (1 - b) \frac{P_m}{W S_{\text{adm}}} \hat{u} S_{\text{adm}}$$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{W S_{\text{adm}}} - (1 - b) \frac{P_m}{W S_{\text{adm}}} \xi b \quad \textcircled{R} \quad W \ni \frac{P_{\text{máx}}}{b S_{\text{adm}}} - \frac{(1 - b) P_m}{b S_{\text{adm}}}$$

$$W \ni \frac{P_{\text{máx}}}{S_{\text{adm}}} \hat{e} \frac{1}{\hat{e} b} - \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \frac{P_m}{P_{\text{máx}}} \hat{u} \quad (11.37)$$

Consideremos el caso de un material con $\sigma_F = 24 \text{ kN/cm}^2$ y $\sigma_A = 12 \text{ kN/cm}^2$

$$b = \frac{S_A}{S_F} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$W \ni \frac{P_{\text{máx}}}{S_{\text{adm}}} \hat{e} 2 - \frac{P_m}{P_{\text{máx}}} \hat{u} \quad (11.38)$$

Para el caso en que $P_{\text{máx}} = -P_{\text{mín}} \rightarrow P_m = 0 \rightarrow \psi = 2$. Esta situación más desfavorable y corresponde a una carga oscilante alternada.

Para el caso en que $P_{\text{mín}} = 0 \rightarrow P_m = P_{\text{máx}} / 2 \rightarrow \psi = 1.5$.

Si la carga es estática resulta $P_{\text{máx}} = P_{\text{mín}} = P_m \rightarrow \psi = 1$

11.2.4.3 Fatiga por flexión

Supongamos una pieza con momento de inercia constante y una sección de ella solicitada por un momento flector variable entre dos valores límites, $M_{\text{máx}}$ y $M_{\text{mín}}$.

$$M_m = \frac{1}{2} (M_{\text{máx}} + M_{\text{mín}}) \quad S_{\text{máx}} = \frac{M_{\text{máx}}}{W}$$

Haciendo un desarrollo semejante al caso del ítem anterior se llega a la siguiente expresión de dimensionamiento:

$$W \ni \frac{M_{\text{máx}}}{S_{\text{adm}}} \hat{e} \frac{1}{\hat{e} b} - \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \frac{M_m}{M_{\text{máx}}} \hat{u} \quad (11.39)$$

Si suponemos un material con $\beta = 0.75$ entonces:

$$y = \hat{e} \frac{1}{\hat{e} b} - \left(\frac{1}{b} - 1 \right) \frac{M_m}{M_{\text{máx}}} \hat{u} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \frac{M_m}{M_{\text{máx}}}$$

Carga estática: $\psi = 1.0$

Carga intermitente: $\psi = 1.17$

Carga alternada: $\psi = 4/3 \cong 1.33$