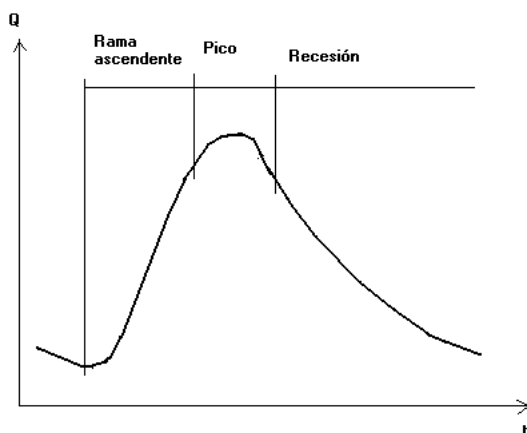


TEMA VII: HIDROGRAMA UNITARIO

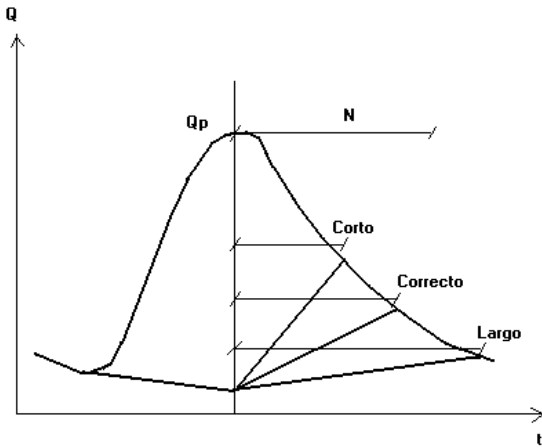
Estudios de crecientes: La importancia de la determinación de los caudales se establece en:

1. Determinar volúmenes disponibles para almacenamiento disponibles para riego, agua potable, agua industrial, turismo, actividades recreativas, etc.
2. Cuantificar los caudales mínimos, en época de estiaje, necesarios para abastecimientos de agua potable o la navegación.
3. Calcular las crecidas de un río, las alturas máximas a las que puede llegar y definir la radicación de poblaciones urbanas, construir defensas, zonificar áreas de riesgo hídrico con distintos usos del suelo asociados a esos riesgos, etc.

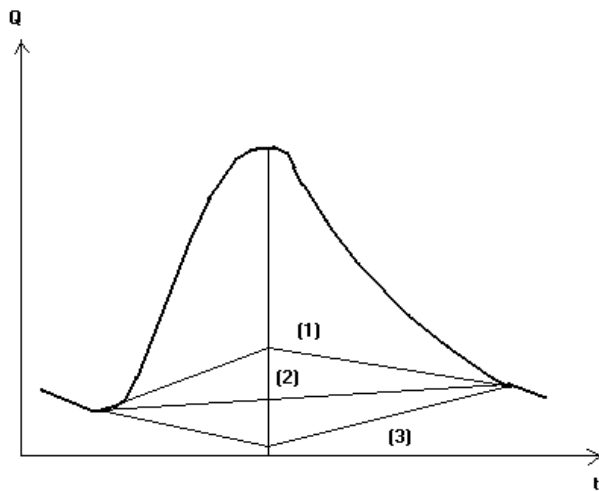
Las **características de un hidrograma** ya definidas en el tema del ciclo hidrológico y en el agua en la zona no saturada del suelo, parte de la base de generada una precipitación, ésta puede dividirse en precipitación en exceso, e infiltración, que se traducen en los **componentes del escurrimiento**: superficial, subsuperficial y subterráneo, o escurrimientos directo y de base.



El **análisis de hidrogramas** implica separar el caudal directo y el caudal base para su consideración en el análisis del hidrograma unitario. Para ello existen distintas metodologías basadas en la rapidez o lentitud en que se manifiesta el escurrimiento subterráneo al aparecer el escurrimiento directo producto de una precipitación.



Como regla práctica se define que desde el tiempo en que aparece el caudal máximo existen una cantidad tiempo en la cuál cesa el escurrimiento directo, y relacionado al área de la cuenca. Ese tiempo se define como $N = 0,8 * A^n$, siendo n asimilado a un coeficiente que normalmente tiene un valor igual a 0,2 y puede tener otros valores, y A el área de la cuenca en km^2 .



- 1) Escurrimiento subterráneo rápido.
- 2) Escurrimiento subterráneo intermedio.
- 3) Escurrimiento subterráneo lento o más común.

VII.1. Modelo de sistema hidrológico general

Ecuación integral de **continuidad**: $dS / dt = I - Q$ (1)

La cantidad de almacenamiento aumenta y disminuye en el tiempo en base a I y Q, y sus tasas de cambio.

$I, dI / dt, d^2I / dt^2, \dots, Q, dQ / dt, d^2 Q / dt^2$

La cantidad de almacenamiento en cualquier momento es una función de **almacenamiento**:

$$S = f(I, dI / dt, d^2I / dt^2, \dots, Q, dQ / dt, d^2 Q / dt^2) \quad (2)$$

Existen 2 métodos de resolución: a) Diferenciando S y reemplazando en (1)
 b) Diferencias finitas en t1 y t2

VII.1.2. Sistema lineal en tiempo continuo.

En un sistema lineal la ecuación de almacenamiento (2) es:

$$S = a_1 * Q + a_2 * dQ/dt + a_3 * d^2Q/dt^2 + \dots + a_n * d^nQ/dt^n + b_1 * I + b_2 * dI/dt + b_3 * d^2I/dt^2 + \dots + b_n * d^nI/dt^n$$

Los coeficientes a1, a2, a3, an,....., b1, b2, b3, bn, son constantes e invariantes en el tiempo. Diferenciando y reemplazando en (1):

Q (t) = M (D) / N (D) * I (t) Representa el modelo general del sistema hidrológico.

M (D) / N (D) = **Función de transferencia** del sistema. Describe la respuesta salida a una secuencia de entrada dada. Son Operadores diferenciales.

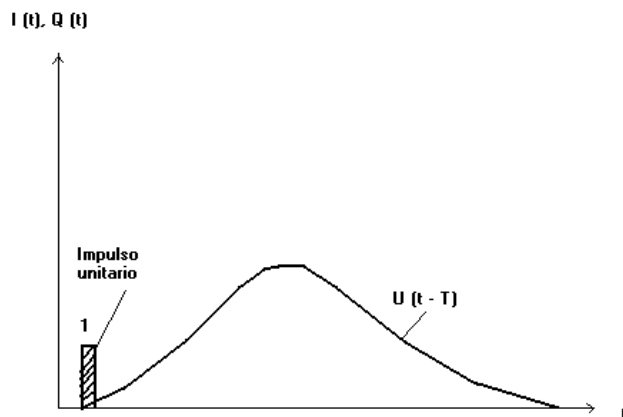
VII.2. Funciones respuesta en sistemas lineales.

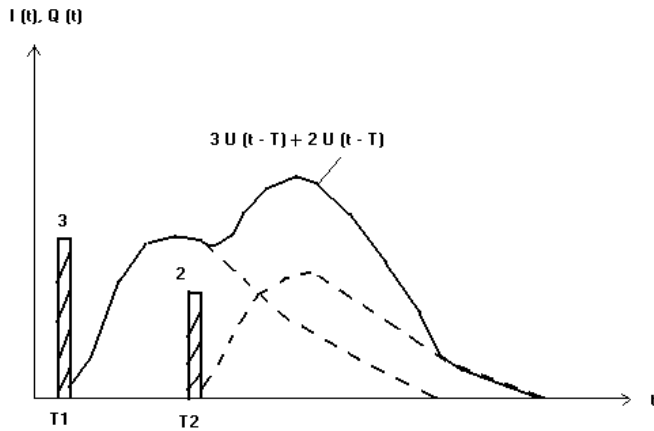
La solución de la función de transferencia de sistemas hidrológicos, tiene dos principios básicos en operaciones de sistemas lineales:

- 1) Principio de **Proporcionalidad**: $f(Q) * c = c . f(Q)$
- 2) Principio de **Superposición**: Si f1 (Q) y f2 (Q) son soluciones, sumadas también son solución.

VII.2.1. Función impulso respuesta

En un sistema lineal la respuesta se da por la función impulso respuesta.





$(t - t) =$ Tiempo de retardo desde el impulso.

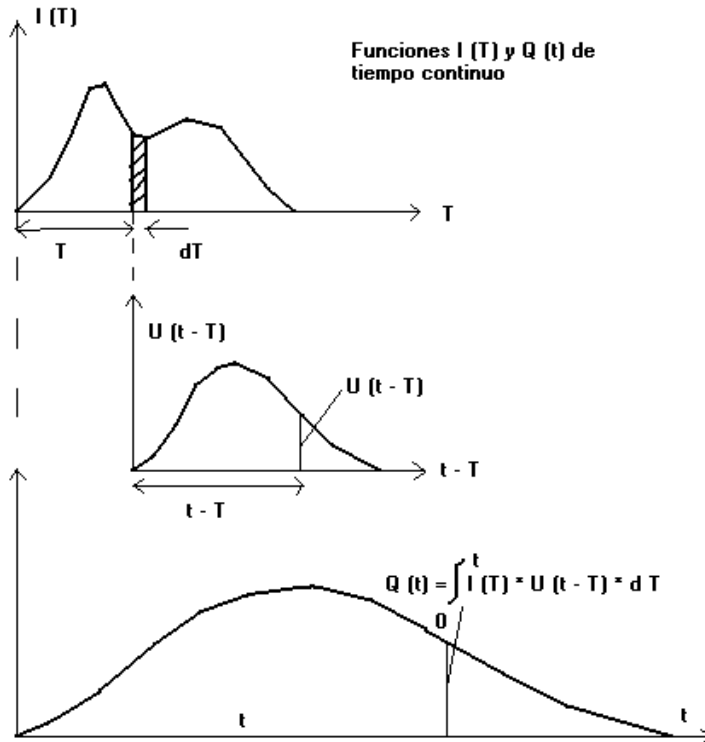
En una tormenta, la intensidad de precipitación $I(t)$ y la duración dt , definen la altura de precipitación, con la escorrentía como:

$$I(t) * u(t - t) * dt$$

Integrando:

$$Q(t) = \int_0^t I(t) * u(t - t) * dt$$

Integral de convolución



En hidrología se trabaja con intervalos discretos (hietograma de lluvia), con 2 funciones adicionales:

VII.2.2. Función respuesta de paso

Una entrada de paso unitario es una entrada que pasa de 0 a 1. La salida del sistema es su **función respuesta de paso unitario** $g(t)$. Con $I(t) = 1$ es:

$$Q(t) = g(t) = \int_0^t u(t - \tau) * d\tau$$

VII.2.3. Función respuesta de pulso.

Una entrada de pulso unitario es una entrada unitaria de duración Dt .

La tasa de entrada es $I(t) = 1/Dt$, con $0 \leq t \leq Dt$

La **función respuesta de pulso unitario** es $h(t) = \int_0^t u(l) dl$

VII.2.4. Sistema lineal en tiempo discreto.

En intervalos discretos Dt , el paso de tiempo continuo a discreto es:

- a) Sistema de información por pulso: Precipitación
- b) Sistema de información por muestra: Caudal, escorrentía

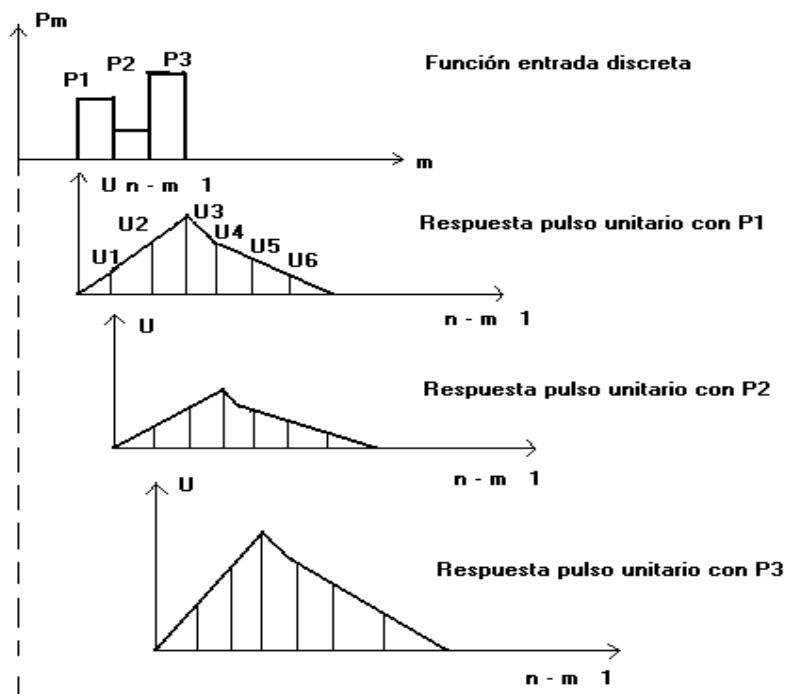
Para a) la función de entrada es:

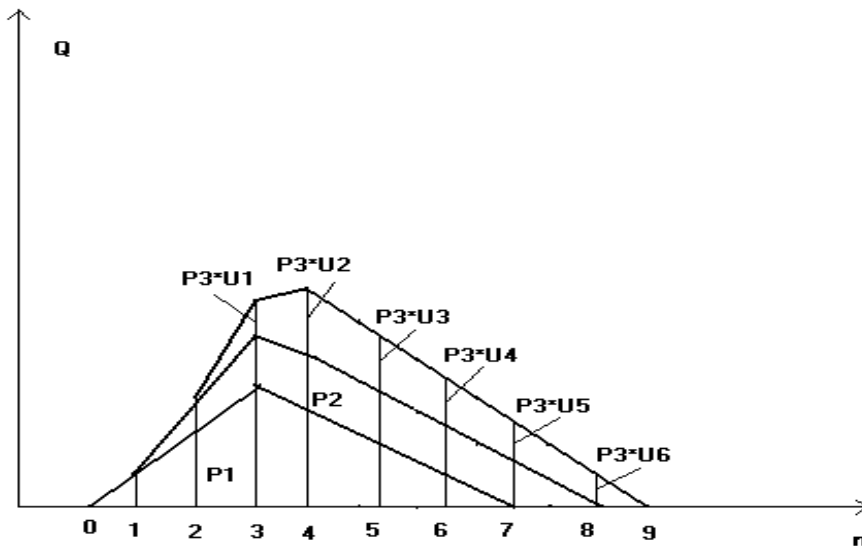
$$P_m = \int_{(m-1)Dt}^{mDt} I(t) * dt, \text{ con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Para b) la salida del sistema es:

$$Q_n = Q(n * Dt), \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

VII.2.5. Función respuesta de pulso discreto.





Aplicación de la ecuación de convolución discreta a la salida de un sistema lineal:

$$Q_n = \sum P_m * U_{n-m+1}$$

Ejemplo: $m = 3$ pulsos de entrada: P1, P2, P3

Para $n = 2$, hay dos términos que corresponden a $m = 1, 2$

$$Q_1 = P_1 * U_1$$

$$Q_2 = P_1 * U_2 + P_2 * U_1$$

$$Q_3 = P_1 * U_3 + P_2 * U_2 + P_3 * U_1$$

$$Q_6 = P_1 * U_6 + P_2 * U_5 + P_3 * U_4$$

$$Q_7 = P_2 * U_6 + P_3 * U_5$$

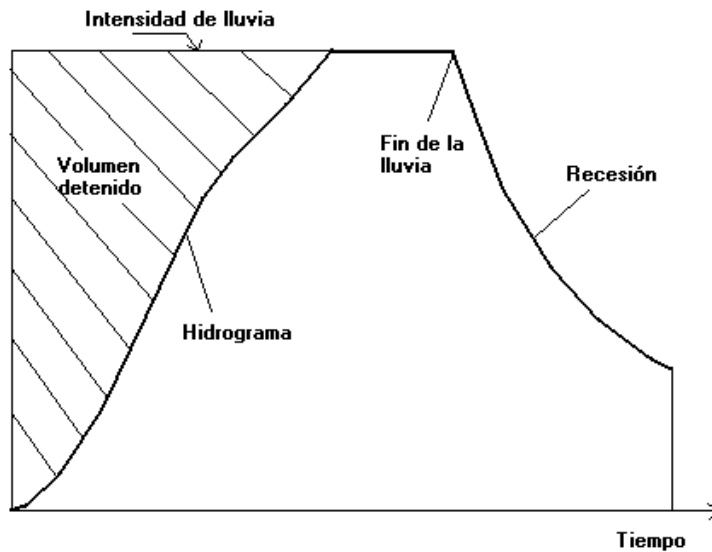
$$Q_8 = P_3 * U_6$$

Con P (mm), Q (m³/s) U (m³/s/mm)

VII.3. El Hidrograma unitario. Postulados básicos

Sherman en 1932 presentó al hidrograma unitario como una herramienta para estimar la forma del hidrograma resultante de una precipitación.

El **hidrograma elemental** es el razonamiento que utiliza Sherman para alcanzar el hidrograma unitario, y establece condiciones de un área pequeña e impermeable, donde cae una lluvia de intensidad constante.



Para igualar la descarga y el aporte de la lluvia, se necesita un tiempo infinito. En la realidad esto no ocurre, encontrando las ramas ascendente y descendente sus límites rápidamente.

El concepto del **hidrograma unitario** se basa en considerar que el hidrograma de salida de una cuenca pequeña es la suma de los hidrogramas elementales de todas las subáreas de la cuenca, modificados por el viaje por la cuenca y el almacenamiento en los cauces. Como las características físicas de la cuenca –tamaño, forma, pendiente- son constantes, se consideran similares las formas de los hidrogramas resultantes de tormentas con características similares. Esto es lo que se considera la **esencia del hidrograma unitario** de Sherman.

El hidrograma unitario es un hidrograma típico de la cuenca y es unitario porque el volumen de escorrentía del hidrograma es 1 cm, 1 mm, 1 pulgada.

Matemáticamente se lo define a través de la función kernel $U(t - \tau)$:

$$q(t) = \int i(t) * U(t - \tau) * dt$$

$q(t)$ = Hidrograma de salida, $i(t)$ = Hidrograma de entrada, $U(t - \tau)$ = Función kernel o operadores diferenciales o función de transferencia del sistema.

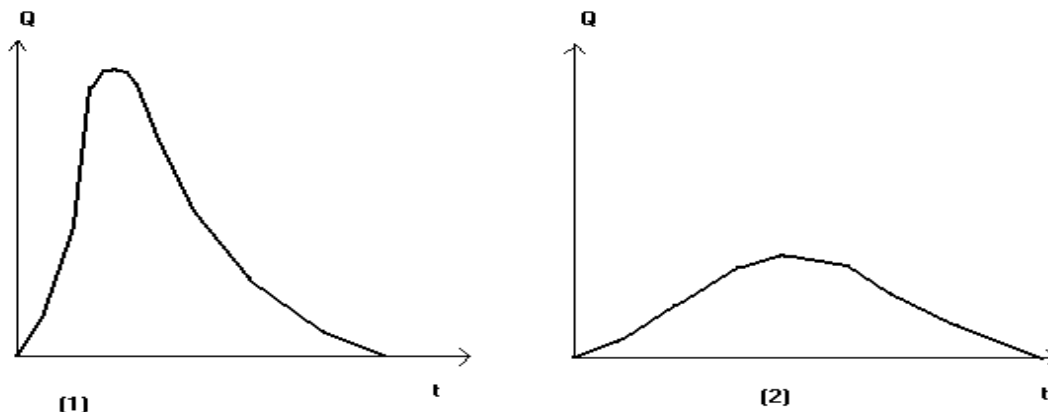
Si bien las características físicas de una cuenca son constantes, las características de las tormentas no, por lo que no basta un hidrograma unitario típico para la cuenca, ya que será variable según la variabilidad de las tormentas.

Análisis de los parámetros característicos de una tormenta:

1. Duración de la lluvia: a) Duración corta y luego dividir en intervalos iguales a la precipitación en exceso. b) Un hidrograma unitario –HU- para cada duración, con lo que habilita a infinito números de HU. En realidad pequeñas diferencias de duración tienen influencia muy leve, aceptándose una tolerancia de +- 25 % de la duración, por lo que se necesitan pocos HU para la cuenca.

2. Patrón de intensidad – tiempo: En la práctica los HU se deben basar en la suposición única de intensidad uniforme de la lluvia. En la realidad el hidrograma refleja variaciones de forma para grandes variaciones de la intensidad de lluvia. La escala de tiempo para el cuál la variación de intensidad es crítica, está en función del área de la cuenca. Una duración básica de aproximadamente un cuarto del tiempo de retardo de la cuenca se acepta como satisfactoria.

3. Distribución espacial de la lluvia: El hidrograma varía si la precipitación se concentra en la salida de la cuenca (1) o en la parte alta (2):



El HU se debe aplicar para cuencas pequeñas, asegurando que las variaciones espaciales de la lluvia no generen variaciones en el hidrograma. El tamaño límite depende de la exactitud y las características climáticas, aconsejándose el HU para cuencas no mayores a 5000 km².

4. Cantidad de escurrimiento: La suposición del HU lineal se basa en el principio de proporcionalidad, que establece que las ordenadas del hidrograma (caudales) son proporcionales al volumen de escurrimiento (precipitación efectiva), para todas las tormentas de una duración dada y tiempo base iguales.

No es estrictamente cierto, ya que las curvas de recesión están en función del caudal pico. Los eventos menores generan menores picos que los de grandes tormentas, ya que en proporción lluvias pequeñas tienen menor escurrimiento superficial y mayor escurrimiento subsuperficial y de base.

Definición de Hidrograma Unitario:

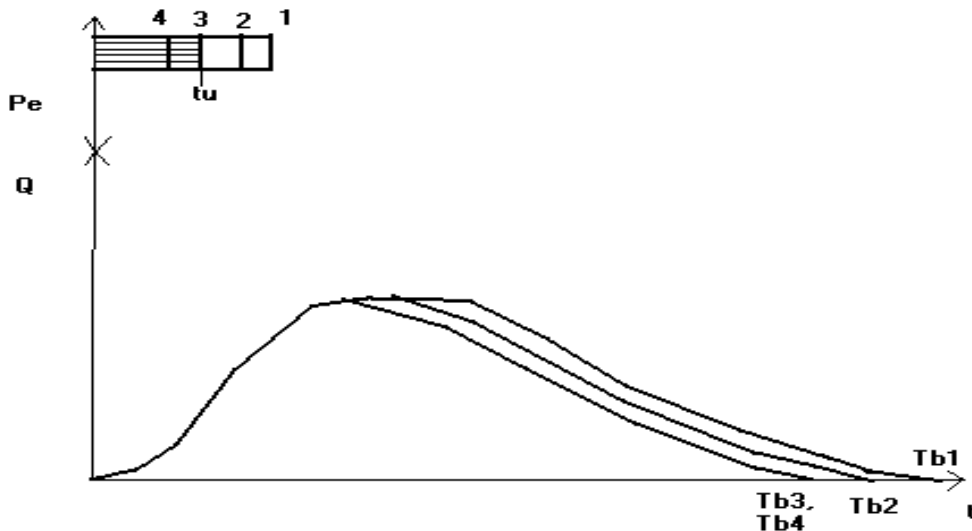
El HU es el hidrograma de 1cm, 1mm de escurrimiento directa de una tormenta con una duración especificada. En consecuencia para la misma duración de lluvia e igual tiempo base en el HU y en el hidrograma resultante, se generan caudales proporcionales al volumen de precipitación efectiva. La duración de la lluvia del HU debe ser aquella que genera escurrimiento significativo.

El HU es el hidrograma resultante de una precipitación efectiva uniforme de 1mm, 1cm, 1 pulgada, distribuida uniformemente en la cuenca, con intensidad constante y duración unitaria.

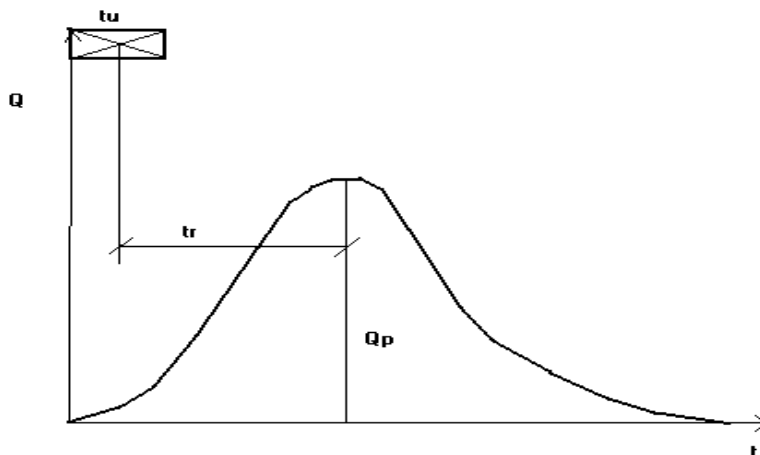
Concepto de duración unitaria t_u :

Existen distintos conceptos relacionados al tiempo unitario:

a) Whisley – Brates: Disminuye la duración la tormenta hasta que no se modifique el tiempo base del hidrograma resultante.



b) Linsley: Define tiempo de retardo como el tiempo que hay entre el centro de masas de la precipitación y el centro de masa del hidrograma resultante. $t_u = 0,25 * t$ retardo, siendo tiempo de retardo aquel va entre el centro de masa del hietograma hasta el caudal pico.



c) Mitchell: Define al t_u como el 20 % del tiempo existente entre el centro del hietograma y el caudal pico del hidrograma. $t_u = 0,20 * t$ retardo.

d) Cuerpo de Ingenieros de EEUU: Para cuencas menores a 120 km², dice que el t_u es igual a la mitad del tiempo de retardo. $t_u = 0,50 * t$ retardo.

e) Sherman: Define el t_u como función del área de la cuenca, con t_c como tiempo de concentración.

<u>Area (km²)</u>	<u>tu (horas)</u>
< 50	tc / 3
50 – 260	2 – 6
260 – 2600	6 – 12
> 2600	12 – 24

VII.4. Deducción del Hidrograma unitario

Postulados del Hidrograma Unitario:

Para obtener el hidrograma unitario se deben cumplir una serie de postulados o condiciones de borde, que se describen a continuación:

1. La precipitación efectiva debe distribuirse uniformemente sobre la cuenca.
2. La intensidad de precipitación debe ser constante.
3. El tiempo base del HU de precipitación efectiva de duración t_u debe ser constante.
4. Se aplica el principio de proporcionalidad.
5. Se aplica el principio de invariancia en el tiempo. No recuerda las precipitaciones anteriores, o sea que no tiene memoria. Se basa en la no modificación de las características físicas de la cuenca.

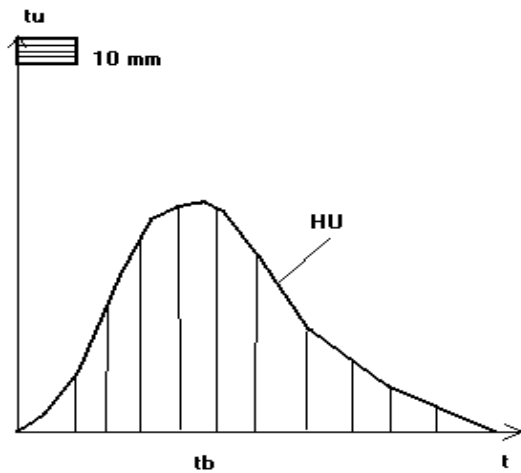
Obtención del hidrograma unitario

El primer paso es separar el escurrimiento directo del de base. Luego se calcula el volumen de escorrentía y se dividen las ordenadas del hidrograma diferencia por la altura de precipitación efectiva, para obtener el HU proporcional a la altura de precipitación efectiva unitaria elegida, todo ello para una duración de tormenta adoptada compatible con la duración unitaria. Debe tratarse de obtener 2 o 3 hidrogramas HU para iguales duraciones, promediándolos posteriormente, con caudales picos promedios y tiempos al pico promedio.

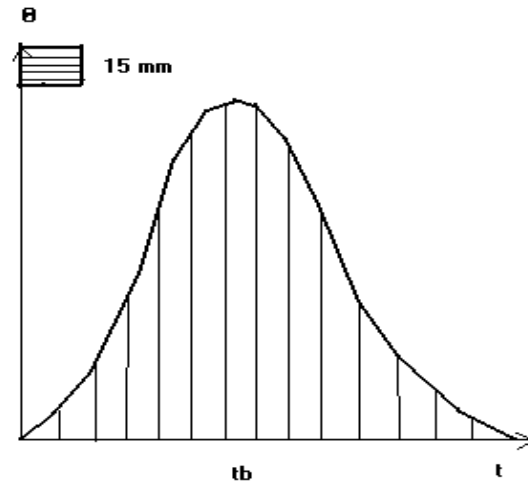
VII.5. Aplicación del Hidrograma unitario

a) Para lluvias de duración igual al t_u :

Llamando θ a la duración de una lluvia cualquiera es:



Dato: HU (10 mm, t_u)

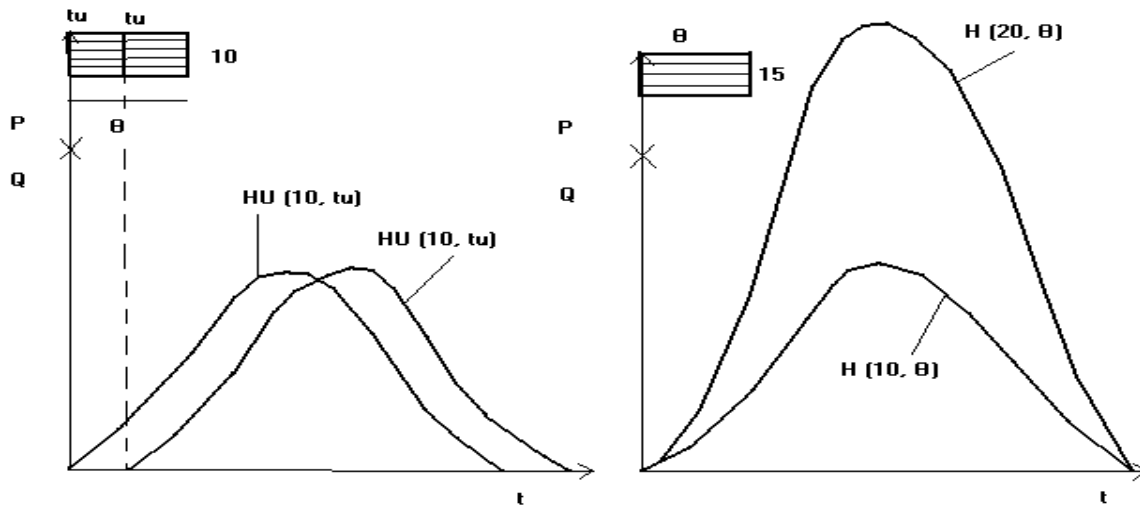


H Resultante: H (15 mm, θ)

Cada ordenada del HU se multiplica por la relación de proporcionalidad (15/10 en el ejemplo), para obtener las ordenadas del hidrograma resultante HR (15 mm, θ) con $\theta = t_u$.

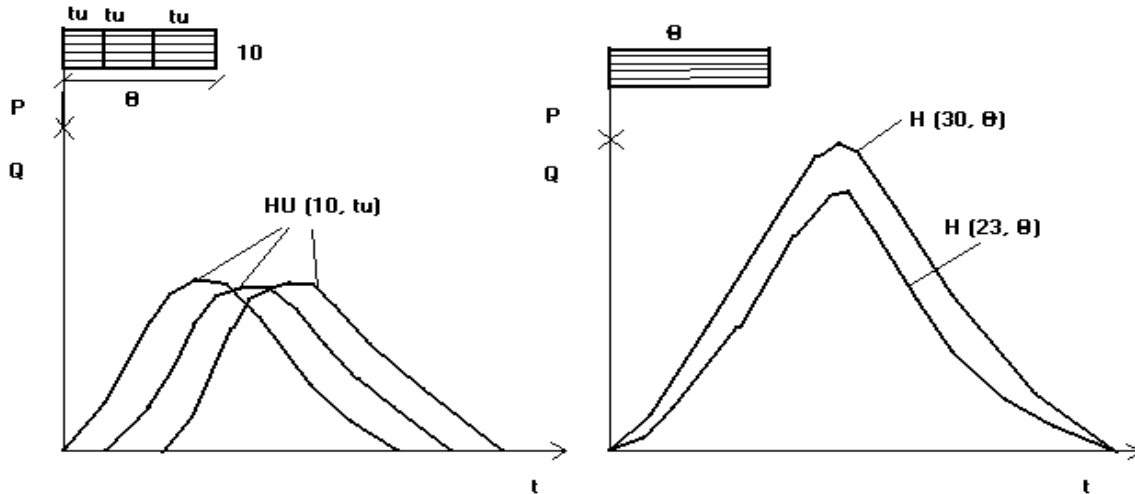
b) Para tormentas de duración múltiplo de t_u . ($\theta = n * t_u$).

Como dato se tiene el HU (10 mm, t_u) e incógnita H (10 mm, θ), siendo $\theta = 2 t_u$.



Se suman dos HU (10, t_u) separados un delta de tiempo igual a t_u , y se obtiene un H (20, θ). Al multiplicarse las ordenadas del hidrograma suma por 10/20 se obtiene el H(10, θ) buscado, que es HU para un tiempo igual a θ .

Como dato HU (10, t_u) e incógnita H (23, θ) con $\theta = 3 * t_u$.



Se suman 3 HU (10, tu) separados por tu ($\theta = 3 * tu$), obteniéndose un H (30, θ) y al multiplicarse por 23/30, en forma proporcional, se calcula el H (23, θ) solicitado.

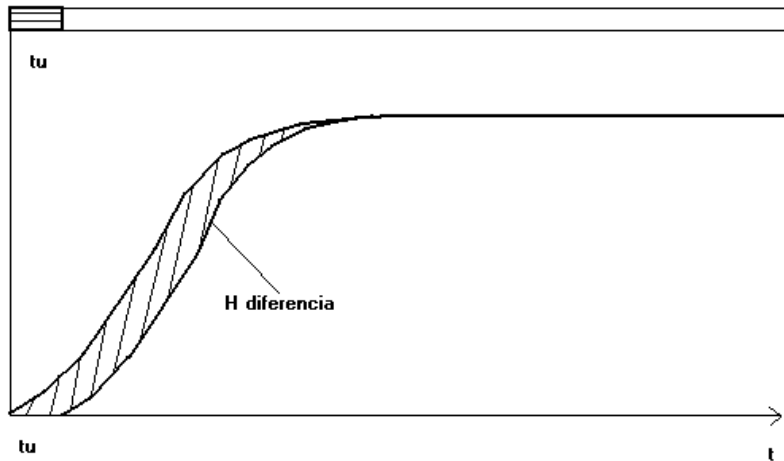
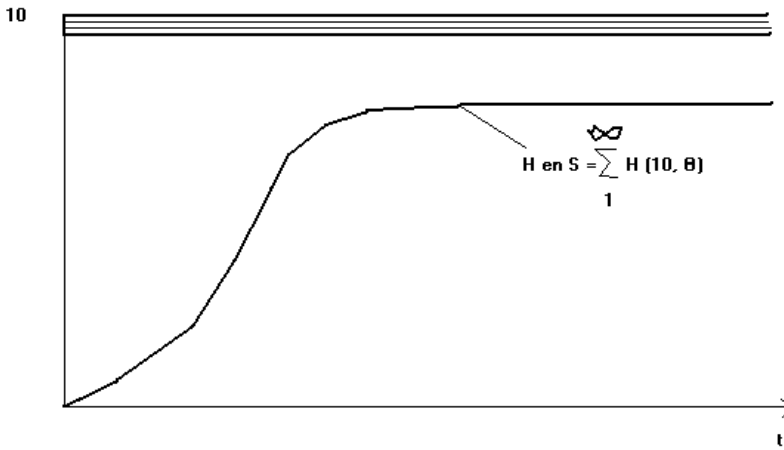
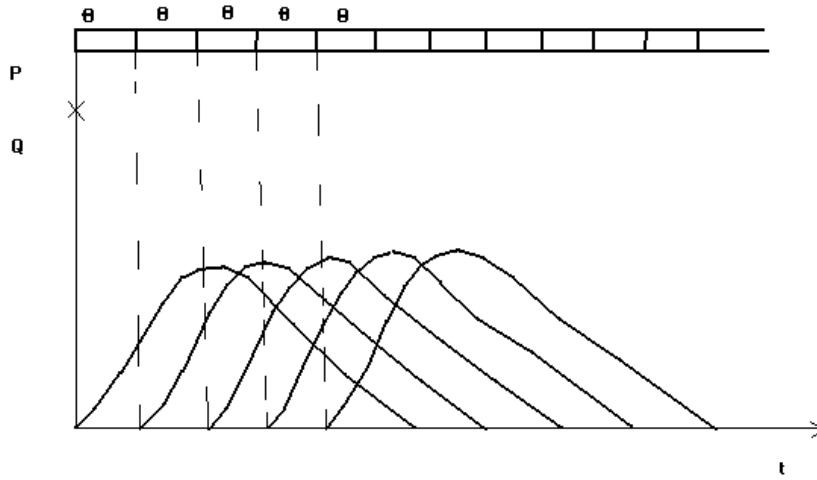
Teoría elemental del hidrograma unitario. Hidrograma en S

El principio de proporcionalidad se inhabilita si se quiere obtener un hidrograma HU a partir de un H, si la duración θ es menor a tu , o mayor a tu pero no submúltiplo.

En este caso se utiliza el método del hidrograma en S (H en S), o método de la curva acumulada. El H en S es el hidrograma de una lluvia de duración infinita, de precipitación infinita producto de una serie infinita de precipitaciones de 10 mm en θ horas, por lo tanto una intensidad constante de $10 \text{ mm}/\theta \text{ hs}$.

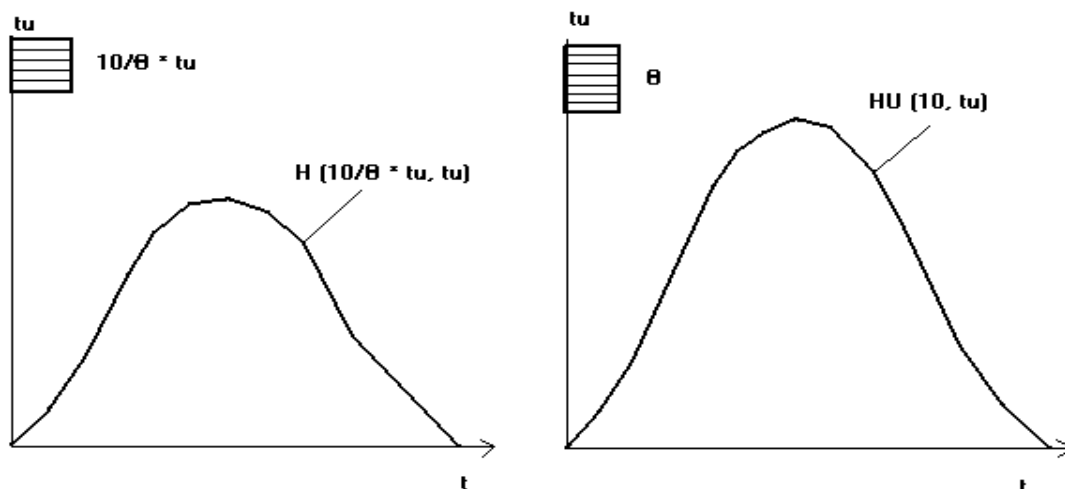
Se construye sumando una serie de hidrogramas unitarios de (10, θ), cada uno desplazado o retrasado del anterior θ horas.

Si se quiere obtener el hidrograma unitario HU (10, tu), siendo $tu < \theta$, se trabaja con dos H en S desplazados un tu y se calcula su diferencia:



Del H en S se conoce su intensidad: 10 mm/ θ hs. Al hacer la diferencia se obtiene un hidrograma del cuál se conoce su duración, t_u (desplazamiento de los H en S), y cuya altura de precipitación es: $h_p = i_p * t = 10 \text{ mm}/\theta \text{ hs} * t_u$. En consecuencia el hidrograma

diferencia es $(10/\theta * tu, tu)$ y para transformarlo en HU debe multiplicarse cada ordenada del hidrograma diferencia por el factor de proporcionalidad θ/tu y se obtiene el HU $(10, tu)$ buscado.



VII.6. Hidrograma unitario sintético

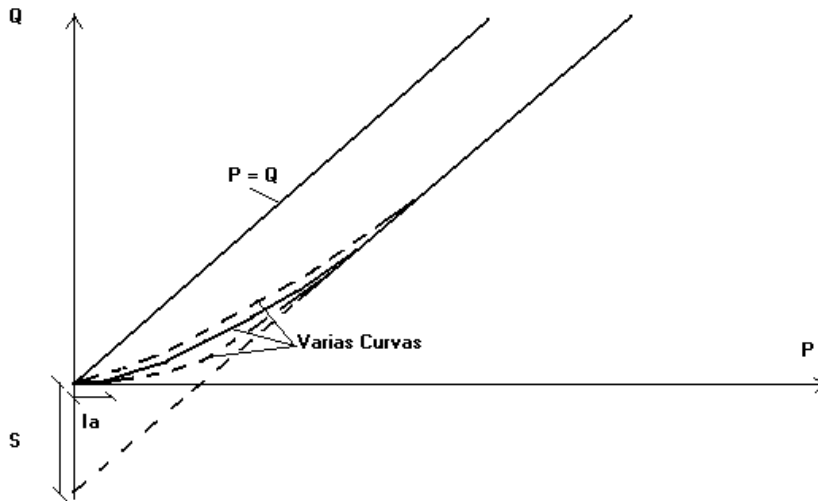
El HU se aplica en cuencas con datos de Precipitación y Caudal en un punto. Los HU sintéticos se utilizan para otros puntos de la cuenca o para cuencas similares. Están aquellos que relacionan características del hidrograma (qp, tb) con las características físicas de la cuenca (Zinder), HU adimensionales (SCS, Commons) que trabajan con la forma del hidrograma.

VII.6.1. Método del Servicio Conservación Suelos SCS de EEUU

También llamado hidrograma triangular, define primero el volumen de escorrentía a través del Número de Curva (CN), y luego el hidrograma unitario HU.

A) Número de Curva: Requiere datos diarios de precipitación, con conclusión del tiempo.

Analiza la relación escurrimiento – precipitación = $Q - P$.



I_a = Pérdidas por interceptación, almacenamiento en superficie e infiltración, antes de Q .

Para elevada P , $P = Q$.

S = Máxima P absorbida por la cuenca. Retención potencial máxima.

Como hay varias curvas que unen (I_a, Q) con $Q = P - S$, se establece otra condición:

Retención real / Retención potencial máxima = Escorrentía / Escorrentía potencial máxima,

$$(P - I_a - Q) / S = Q / (P - I_a)$$

Por experiencia $I_a = 0,2 S$, con lo que $Q = (P - 0,2 S)^2 / (P + 0,8 S)$

S se relaciona con el número de curva CN de escorrentía: $CN = 1000 / (10 + S)$

Para áreas impermeables $S = 0$ y $CN = 100$. Para área sin escurrimiento $S = \infty$ y $CN = 0$.

CN se obtiene con:

- a) Condiciones de humedad antecedente.
- b) Uso de la tierra.
- c) Condiciones hidrológicas de los suelos.

a) Condiciones de humedad antecedente: En base a la lluvia anterior de 5 a 30 días.

Condición I: Suelo seco. No aplicable a crecida de proyecto. Caudales chicos.

Condición II: Suelo medio. Asociado a crecidas anuales o promedios.

Condición III: Suelo húmedo. Crecidas máximas. Caudales grandes.

Tiene diferencia en estación con y sin crecimiento vegetativo.

b) Usos del suelo: Se clasifican en:

- | | |
|--|----------------------------|
| Barbecho. | Granos pequeños, cereales. |
| Praderas y pastizales. | Bosques. |
| Granjas. | Caminos. |
| Cultivos en surcos, rectos, terrazas, curvas de nivel. | |

c) Condiciones hidrológicas de los suelos: 1) Densidad de vegetación. 2) Capacidad de infiltración.

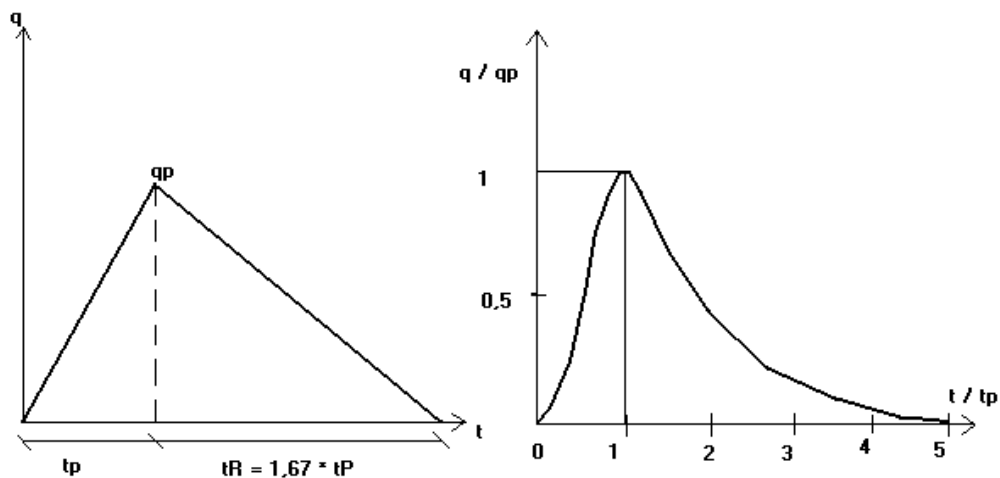
1) El uso del suelo, la cubierta vegetal y las prácticas de cultivo definen condiciones hidrológicas deficientes, regulares y buenas. Se entienden como condiciones para la retención o infiltración de la precipitación.

Poca densidad de vegetación	Condición deficiente	> CN	> Q
Alta densidad de vegetación	Condición buena	< CN	< Q

2) Condiciones hidrológicas de los suelos:

A	Infiltración alta	<< CN	<< Q	Arena
B	Infiltración moderada	< CN	< Q	+ arena - arcilla
C	Infiltración lenta	> CN	> Q	+ arcilla - arena
D	Infiltración muy lenta	>> CN	>> Q	Arcilla

B) Hidrograma Unitario Sintético del SCS.



Superficie del triángulo = $Q = ((tP + tR) * qP) / 2,$
 $Q / tP,$

$$qP = 2 * Q / (tP + tR) = 0,75$$

Con A (Km²), Q (mm), tP (hs), qP (m³/s)
 $qP = 0,208 * A * Q / tP$

$$Tc (hs) = (11,9 * L^3 / H)^{0,385}$$

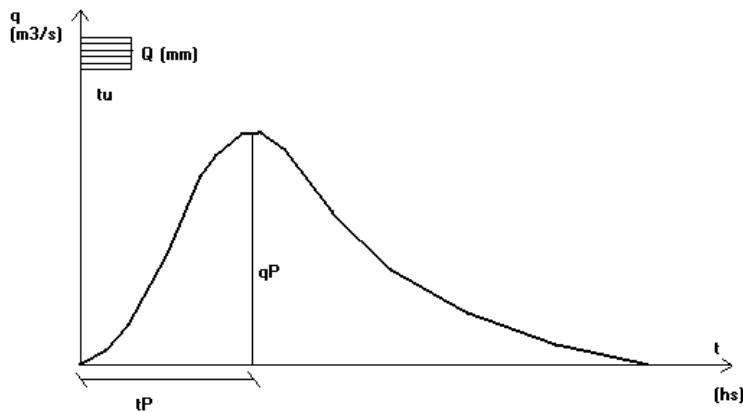
L = Longitud del curso en millas. H = Desnivel en pies.

$$tP = 0,7 * Tc, \quad tu = tP / 4$$

Para dar la forma al hidrograma con los datos de qP y tP se usa la siguiente tabla:

t / tP	q / qP
0	0
1	1
2	0,32
3	0,075
4	0,018
5	0,004

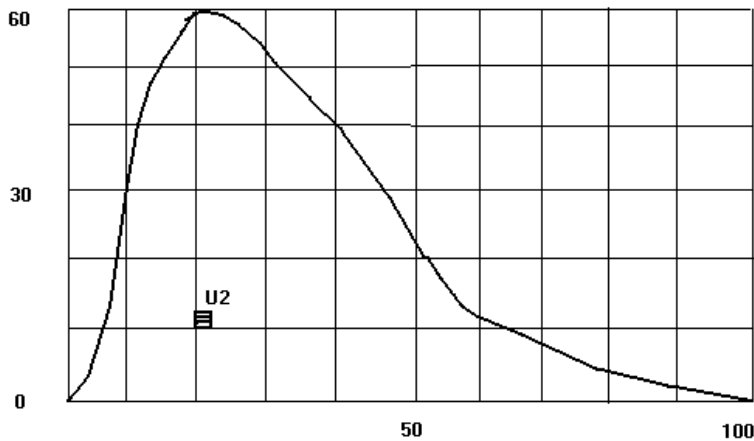
El hidrograma queda como se observa en la siguiente figura:



Hidrograma de Conmons

Parte de una retícula de 60 unidades por 100 unidades, y fija la forma y volumen del hidrograma. Define 3 parámetros:

$$tu = tb / 100, qu = qP / 60, U^2 = tu * qu$$



El volumen del hidrograma es de 1196,5 unidades.

Volumen de escurrimiento: $Ve = Pe * Area$,

$$U^2 = Ve / 1196,5$$

$qP = 5,14 * Pe * A / tb$, tb debe adoptarse o calcularse

No especifica nada sobre la precipitación, salvo el detalle de $tr = 0,25 tP$.

Para cuencas de 900 a 500.000 km², aplicado en Texas EEUU.

VII.6.2. Método de Snyder

Aplicado en los Montes Apalaches, EEUU, con áreas de 30 a 30.000 km².

Establece relaciones sintéticas para un HU estandar.

$tP = 5,5 tr$ (tiempo unitario)

$tP = Ct * (L * Lcg)^{0,3}$ $Ct = 1,65 / (\sqrt{i})^{0,38}$ (criterio de Taylor – Schwartz)

L = longitud del curso hasta el límite de la cuenca.

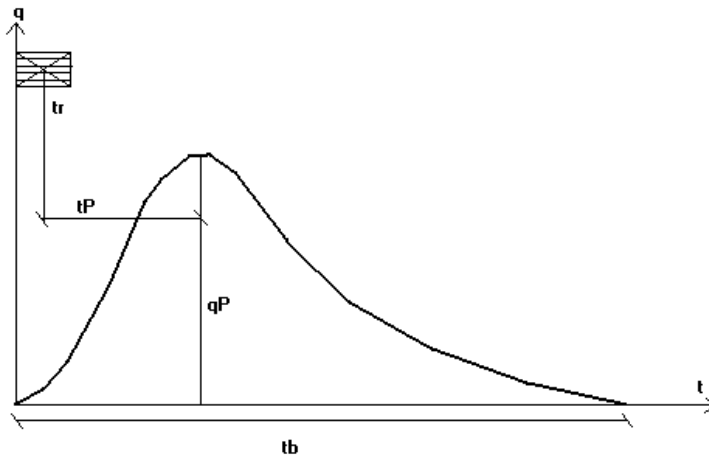
Lcg = longitud del curso hasta el centro de gravedad de la cuenca.

Ct = coeficiente de retardo de Snyder que depende de las características físicas de la cuenca, y varía entre 1,35 para pendientes menores y 1,65 para pendientes mayores.

$$qP = 7 * Cp * A / tP$$

Para Pe = 1 pulgada

Cp = coeficiente de pico, variable entre 0,56 para llanura a 0,69 para montaña.



Para una cuenca específica el HU con tPR, TR, qPR, es:

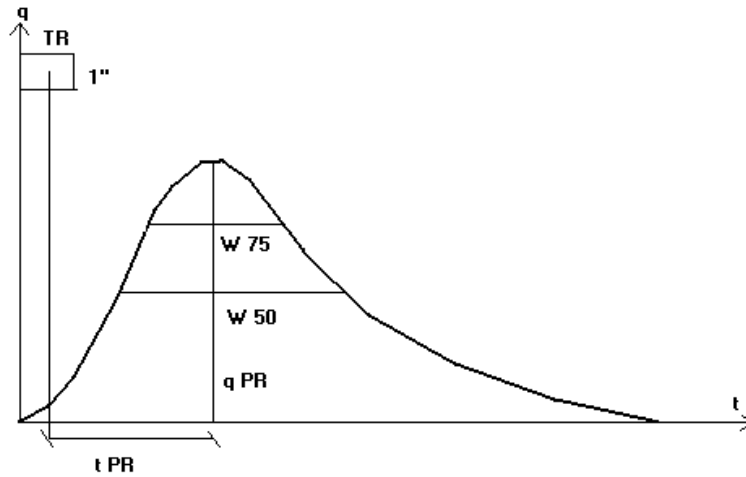
4 La duración TR, si tPR es distinto a $5,5 * TR$, se calcula como $tPR = tP + (TR - tr) /$

$$qPR = 7 * CP * A / tPR \text{ (m}^3\text{/s)}$$

$$tb = 3 + 3 * tPR / 24 \text{ (días)}$$

Para una Pe o Q, se calcula QP

También se le da forma al hidrograma con los anchos para 50 y 75 % del caudal pico:



Bibliografía:

- VEN TE CHOW, MAIDMENT y MAYS (1994); "Hidrología Aplicada", Editorial McGraw-Hill, Bogotá (Colombia).
- LINSLEY, KHOLER y PAULUS (1982); "Hidrología para Ingenieros", Editorial McGraw-hill, Bogotá (Colombia).
- REMENIERAS (1974), "Tratado de Hidrología Aplicada", Editores Técnicos Asociados, Barcelona (España).
- CUERPO DE INGENIEROS DE EEUU (1972), "Diseño de Pequeñas Presas", Compañía Editorial Continental, México (México).