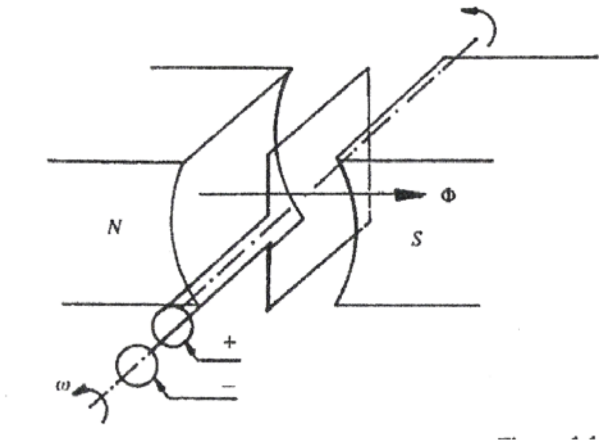
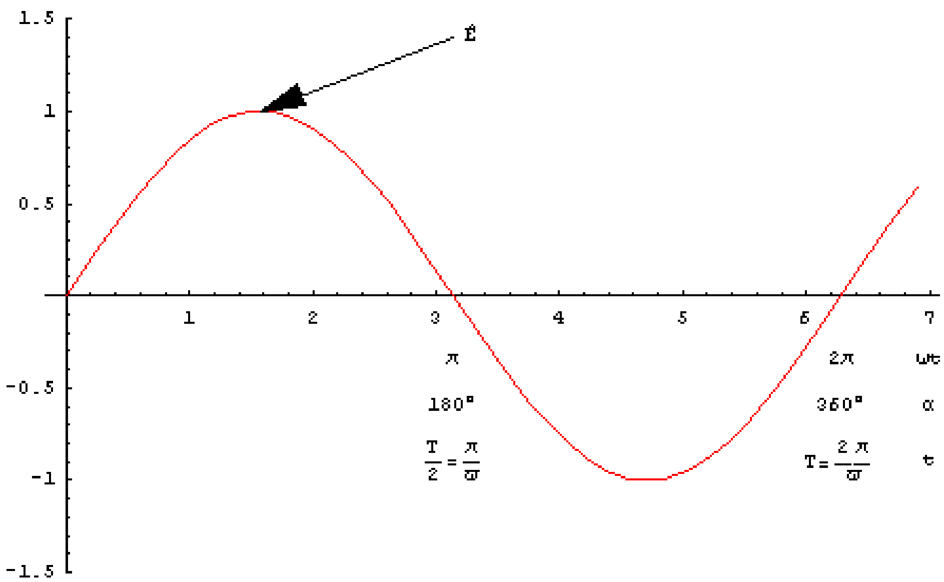
SISTEMAS TRIFASICOS

Generación y Denominaciones

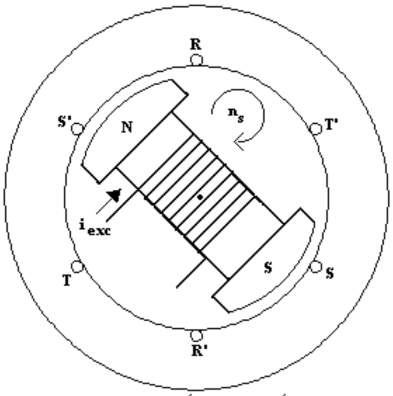
Un sistema trifásico está formado por tres sistemas monofásicos. Si giramos una espira entre dos polos magnéticos, en los bornes de esa espira se genera una tensión que sigue una ley senoidal en el tiempo y estamos ante la generación monofásica.

$$e = -N \cdot \frac{d}{dt} B \cdot S \cdot \cos \omega t = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot sen \omega t = E \cdot sen \omega t$$

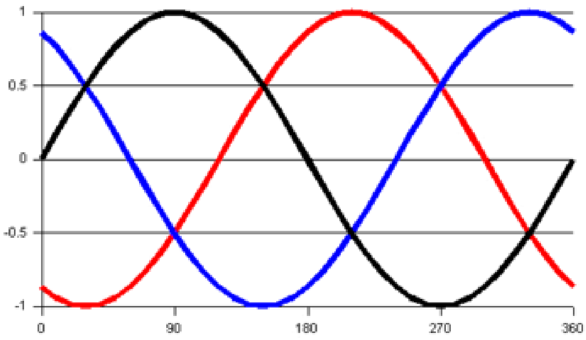




Si en lugar de colocar una espira dentro del campo magnético ubicamos 3 espiras defasadas 120º geométricos, se inducirán tres tensiones:



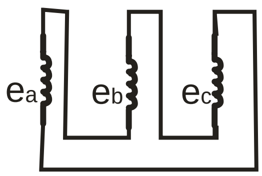
REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA
DE UN ALTERNADOR TRIFÁSICO

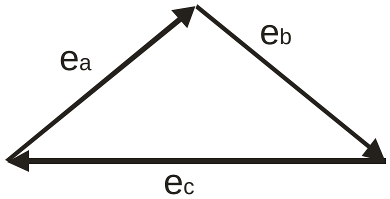


Los valores instantáneos de estas tensiones son:

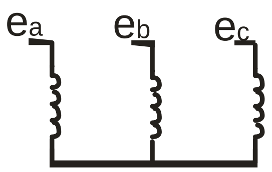
$$e_a = Ea \cdot sen\omega t \,; \quad e_b = Eb \cdot sen(\omega t - 120) \,; \quad e_c = Ec \cdot sen(\omega t + 120)$$

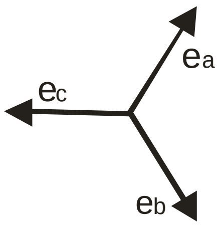
En la práctica esto se logra uniendo un extremo de un bobinado con el comienzo del siguiente de forma cíclica.





Y esto es lo que se conoce como **conexión triángulo**.
Si conectamos los tres devanados uniendo todos los comienzos tendremos una **conexión estrella**.





Un sistema trifásico de fuentes de tensión puede utilizarse para suministrar corriente a tres cargas. Pero no es usual la conexión independiente, ya que requiere seis conductores para distribuir la energía a las cargas. La conexión de estas en estrella o en triángulo permite una reducción de ese número de conductores.

Nomenclatura Más Utilizada

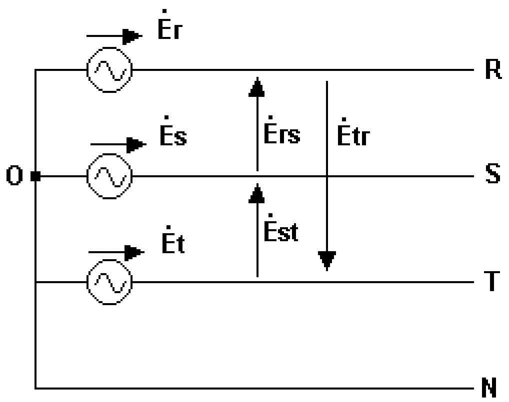
Para los generadores se suelen utilizar las letras:

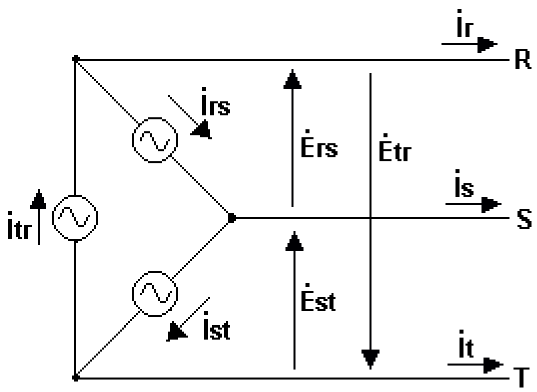
R, **S**, **T** ó **Ua**, **Ub**, **Uc**

Mientras que para los receptores (por ejemplo un motor) se suele utilizar:

U, **V**, **W** ó $\mathbf{U_1}$, $\mathbf{U_2}$, $\mathbf{U_3}$

Si las tres tensiones o corrientes trifásicas de una frecuencia dada son de igual módulo y difieren uno del otro en el mismo ángulo de fase, se dice que las tensiones y corrientes forman un sistema simétrico o equilibrado.

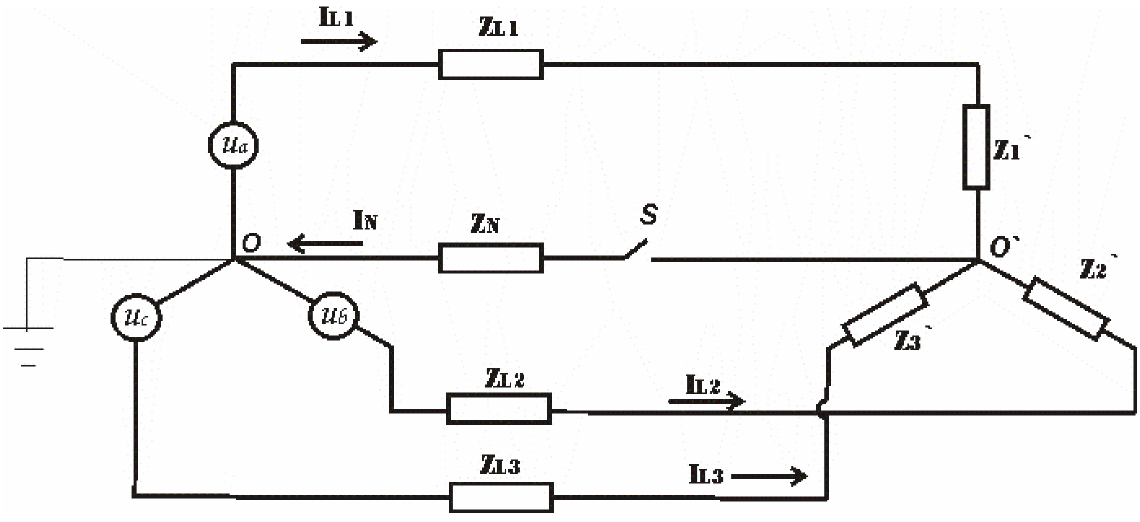




Ventaja de los Sistemas Trifásicos:

- Potencia instantánea constante
- Instalaciones de distribución más económicas
- Fácil generación de campos giratorios
- Simetrías de módulo y fase
- Sistema perfecto

Cargas en estrella



Agrupemos primero las impedancias de fase y de carga de cada línea

$$\begin{cases} Z_1 = Z_1` + Z_{L1} \\ Z_2 = Z_2` + Z_{L2} \\ Z_3 = Z_3` + Z_{L3} \end{cases}$$

Las expresiones de tensión para el sistema a llave abierta son:

$$u_a = u_o + I_{L1} \cdot Z_1$$

$u_b = u_o + I_{L2} \cdot Z_2$

$u_c = u_o + I_{L3} \cdot Z_3$

Y multiplicando por la admitancia correspondiente

$u_a \cdot Y_1 = u_o \cdot Y_1 + I_{L1}$

$u_b \cdot Y_2 = u_o \cdot Y_2 + I_{L2}$

$u_c \cdot Y_3 = u_o \cdot Y_3 + I_{L3}$

Sumando miembro a miembro (m.a m.)

$u_a \cdot Y_1 + u_b \cdot Y_2 + u_c \cdot Y_3 = u_o \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3) + I_{L1} + I_{L2} + I_{L3}$

Al estar abierta la llave la suma de las tres corrientes de línea es nula:

$I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = 0$

O sea que: $u_o = \dfrac{u_a \cdot Y_1 + u_b \cdot Y_2 + u_c \cdot Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)}$

Obtuvimos así la tensión entre el centro estrella y el centro de la carga.

Si las tres impedancias son iguales: $Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y$

$$u_o = \frac{Y \cdot (u_a + u_b + u_c)}{3 \cdot Y}$$

Es decir que uo sigue existiendo aún cuando la carga es balanceada.

Si el <u>generador es equilibrado</u> la suma de las tres tensiones es nula: $u_a + u_b + u_c = 0$

Y luego $uo = 0$

Cerremos ahora la llave S. Habiendo una diferencia de potencial (d.d.p.) entre O y O` habrá una corriente por el neutro y se modificarán las corrientes.
El cálculo se efectúa de la siguiente manera:

$$\begin{cases} u_a = In \cdot Z_N + I_{L1} \cdot Z_1 \\ u_b = In \cdot Z_N + I_{L2} \cdot Z_2 \\ u_c = In \cdot Z_N + I_{L3} \cdot Z_3 \end{cases}$$

O sea que en vez de uo ahora tenemos la caída $In \cdot Z_N$.
Si multiplicamos por la admitancia:

$$\begin{cases} u_a \cdot Y_1 = In \cdot Z_N \cdot Y_1 + I_{L1} \\ u_b \cdot Y_2 = In \cdot Z_N \cdot Y_2 + I_{L2} \\ u_c \cdot Y_3 = In \cdot Z_N \cdot Y_3 + I_{L3} \end{cases}$$

Sumando m.a m.:

$u_a \cdot Y_1 + u_b \cdot Y_2 + u_c \cdot Y_3 = In \cdot Z_N \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3) + I_{L1} + I_{L2} + I_{L3}$

Y se debe cumplir que: $I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} = In$

$u_a \cdot Y_1 + u_b \cdot Y_2 + u_c \cdot Y_3 = In \cdot \left[Z_N \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3) + 1\right]$

De donde: $\boxed{In = \dfrac{ua \cdot Y1 + ub \cdot Y2 + uc \cdot Y3}{\left[ZN \cdot (Y1 + Y2 + Y3) + 1\right]}}$ O sea se obtiene la corriente en el neutro conocidas las admitancias, la impedancia de neutro y las tensiones.

Si tenemos carga balanceada: $Y1 = Y2 = Y3 = Y$

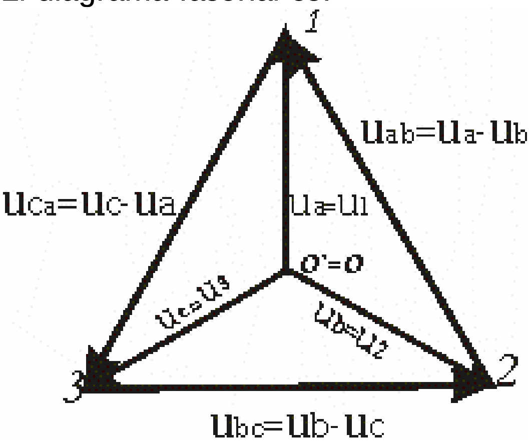
$$In = \frac{Y \cdot (ua + ub + uc)}{\left[3 \cdot Y \cdot ZN + 1\right]}$$

Si además es equilibrado:

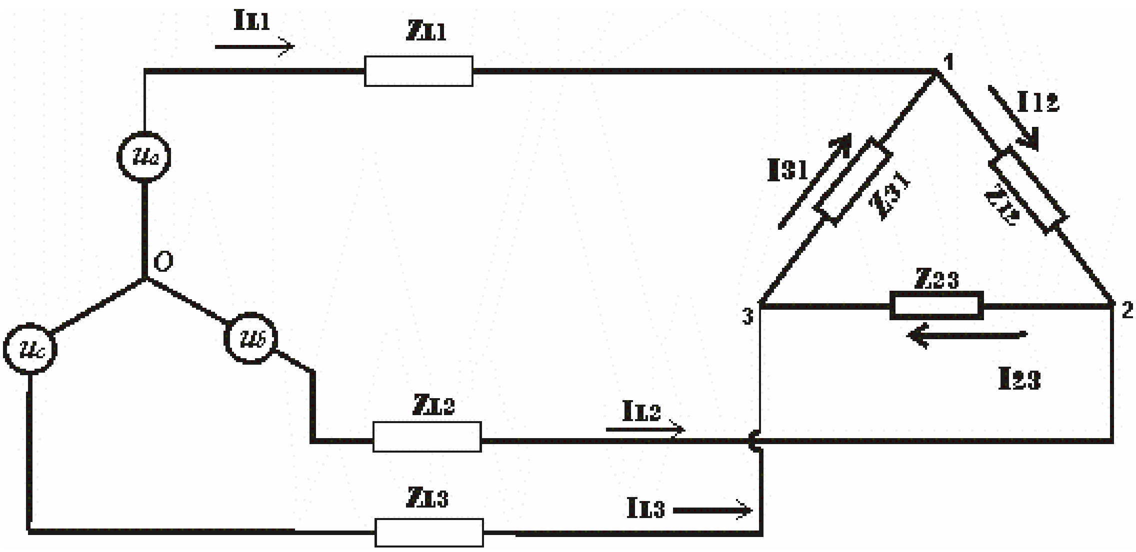
$ua + ub + uc = 0 \therefore In = 0$

O sea que las condiciones para que $uo = 0$ y para $In = 0$ son las mismas, concluyéndose entonces que: *en un sistema simétrico y balanceado el neutro es innecesario.*

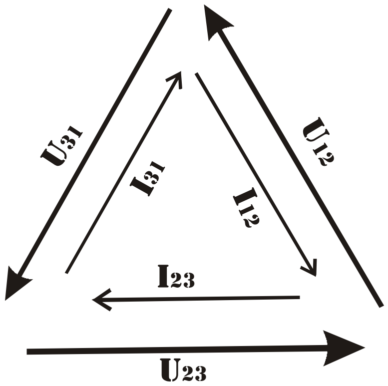
El diagrama fasorial es:



<u>Cargas en triángulo</u>



Llamamos a los potenciales U12 como el gradiente del potencial de 1 al 2, siendo 1 el de mayor potencial, por eso el sentido de I12.



Las ecuaciones del sistema son:

$$I_{12} = U_{ab} \cdot Y_{12}$$
$$I_{23} = U_{bc} \cdot Y_{23}$$
$$I_{31} = U_{ca} \cdot Y_{31}$$

Sumando m. a m.:

$$I_{12} + I_{23} + I_{31} = U_{ab} \cdot Y_{12} + U_{bc} \cdot Y_{23} + U_{ca} \cdot Y_{31}$$

Para carga balanceada $Y_{12} = Y_{23} = Y_{31} = Y$

$$I_{12} + I_{23} + I_{31} = Y \cdot (U_{ab} + U_{bc} + U_{ca})$$

Y para carga simétrica el paréntesis se hace cero, o sea: $I_{12} + I_{23} + I_{31} = 0$

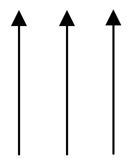
En otras palabras, cualquiera sea la fuente, siempre que la sumatoria de tensiones se anule, se anula también la sumatoria de las corrientes en triángulo.
Si las cargas no son balanceadas siempre existirá una corriente que circula por desequilibrio, y esto nos permite descartar la conexión triángulo para el generador.

Relaciones entre valores de línea y valores de fase en sistemas perfectos

Introducimos el siguiente operador: $\alpha = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$
Supongamos Ua sobre el eje real. Veamos cómo aplicar este operador en secuencia directa e inversa sobre los vectores Ub y Uc:

	SECUENCIA DIRECTA	SECUENCIA INVERSA
Ua	Ua	Ua
Ub	α^2 . Ua	α . Ua
Uc	α . Ua	α^2 . Ua

TERNA HOMOPOLAR



Ua=Ub=Uc

Con ángulo de fase =0

Supongamos la tensión compuesta o de línea **UL= Uab = Ua-Ub**
Su módulo en función del operador α es :

$$|U_{ab}| = |U_a - U_b| = |U_a - \alpha^2 \cdot U_a| = |U_a \cdot (1 - \alpha^2)|$$

Veamos cuánto vale el vector $(1 - \alpha^2)$

$$(1 - \alpha^2) = 1 - \cos 240° - j.sen 240° = 1 + \frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1{,}5 + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Y su módulo:

$$\left|1-\alpha^2\right| = \sqrt{1{,}5^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{2{,}25 + 0{,}75} = \sqrt{3}$$

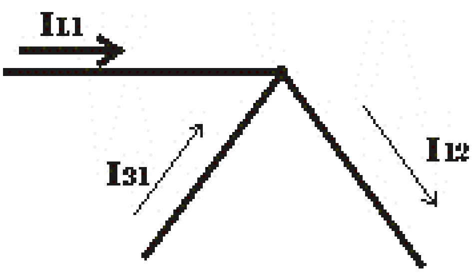
Como el generador es perfecto las tres tensiones son iguales en módulo:
Ua = U

$$\left|Uab\right| = U_L = \sqrt{3} \cdot U$$

Y dado que la carga está conectada en estrella, la corriente es igual, o sea:

$I_{ab} = I_L = I_f$

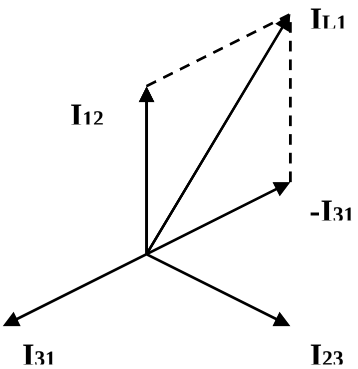
Entonces parta carga en Y: $\boxed{\begin{matrix} I_L = I_f \\ U_L = \sqrt{3} \cdot U_f \end{matrix}}$



En cambio, si tomamos la carga conectada en triángulo

$$I_{L1} = I_{12} - I_{31} = \left|I_{12} - \alpha^2\right|$$

Hagamos la representación fasorial de las corrientes:



$$\left|I_{L1}\right| = I_{12} \cdot \left|1-\alpha^2\right| = \left|I_{12}\right| \cdot \sqrt{3}$$

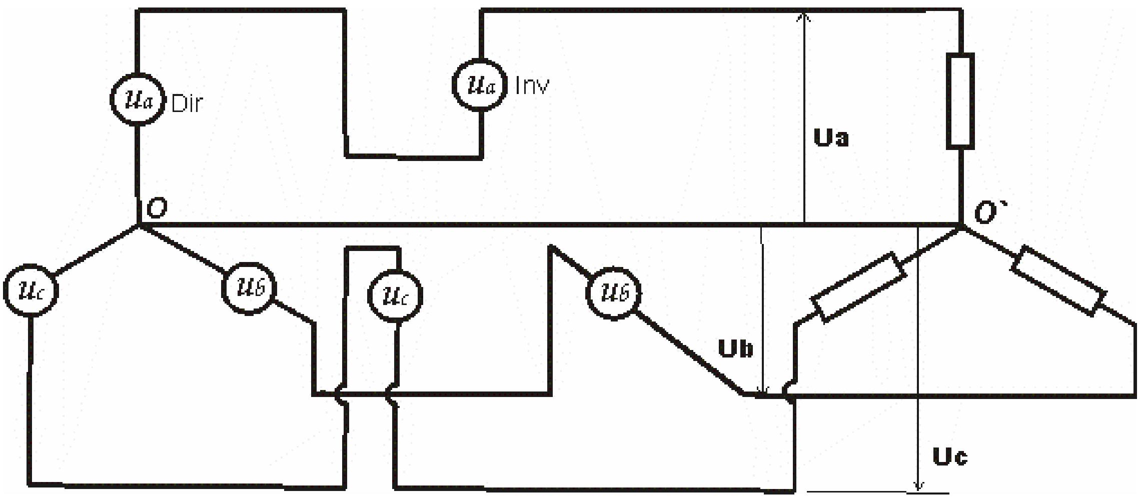
Considerando en este caso que la tensión de fase en la carga coincide con la de la línea tenemos:

Carga en Δ $\begin{cases} U_L = U_f \\ I_L = \sqrt{3} \cdot I_f \end{cases}$

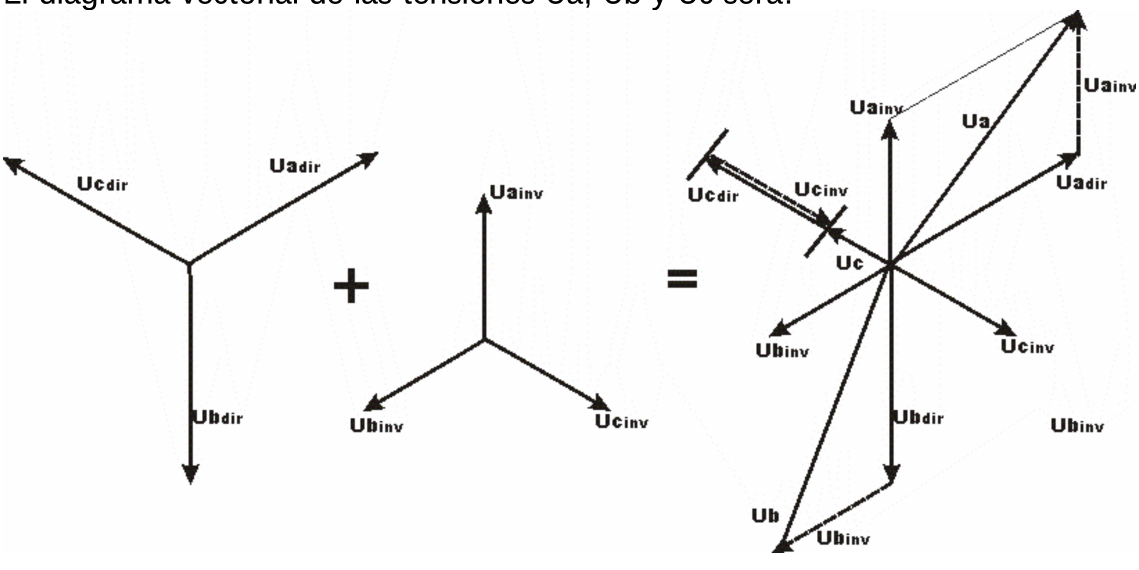
Componentes simétricas

Hasta aquí hemos visto cómo resolver un circuito trifásico general con generador perfecto y carga balanceada o no, siendo bastante complicado. La complicación surge fundamentalmente de la falta de equilibrio del generador. De allí entonces la idea de encontrar sistemas de cargas balanceados y fuentes equilibradas que sumadas den el mismo efecto del sistema general.

I. Supongamos que tenemos dos generadores perfectos, uno con secuencia directa y otro con secuencia inversa y queremos conectarlos entre sí en serie



El diagrama vectorial de las tensiones Ua, Ub y Uc será:



Y por supuesto que la posición relativa de las ternas es cualquiera, la resultante también será cualquiera. La terna resultante **no** es simétrica pero como se ha obtenido de un sistema balanceado, esta terna será también balanceada.

I. Toda terna asimétrica pero equilibrada puede descomponerse en dos ternas simétricas y equilibradas. Una de secuencia directa y otra de secuencia inversa.

II. Toda terna asimétrica y desequilibrada puede descomponerse en tres ternas; dos de ellas simétricas y equilibradas y una tercera homopolar.

Tomando el segundo caso por ser más general podemos plantear:

$$\begin{cases} Ua = Da + Ia + Oa \\ Ub = Db + Ib + Ob \\ Uc = Dc + Ic + Oc \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

Donde Da = vector de secuencia directa
Ia = vector de secuencia inversa
Oa = vector de secuencia homopolar
Y Ua, Ub y Uc son los tres vectores que constituyen la terna asimétrica y desequilibrada.
Sumando m. a m. las tres ecuaciones:

$Ua + Ub + Uc = Oa + Ob + Oc = 3 \cdot Oa$ (Ya que la suma de los vectores D y los I resulta nula por ser sistemas simétricos y equilibrados, ver ejemplo A)

Y un vector de la terna homopolar será:

$$Oa = \frac{Ua + Ub + Uc}{3}$$ (si esta terna es equilibrada la componente homopolar es nula)

Tomemos nuevamente el sistema **(1)** y multipliquemos la segunda expresión por α^2 y la tercera por α

$$\begin{cases} Ua = Da + Ia + Oa \\ \alpha^{2} \cdot Ub = \alpha^{2} \cdot Db + \alpha^{2} \cdot Ib + \alpha^{2} \cdot Ob \\ \alpha \cdot Uc = \alpha \cdot Dc + \alpha \cdot Ic + \alpha \cdot Oc \end{cases} \qquad \textbf{(1)}$$

Reemplazando Db, Dc , Ib e Ic en función de Da e Ia tendremos como
$Db = \alpha^2 \cdot Da$ e $Ib = \alpha^2 \cdot Ia$

$$\begin{cases} Ua = Da + Ia + Oa \\ \alpha^{2} \cdot Ub = \alpha^{4} \cdot Da + \alpha^{3} \cdot Ia + \alpha^{2} \cdot Oa \\ \alpha \cdot Uc = \alpha^{2} \cdot Da + \alpha^{3} \cdot Ia + \alpha \cdot Oa \end{cases}$$

Sumando:

$Ua + \alpha^2 \cdot Ub + \alpha \cdot Uc = 3 \cdot Ia$ (ya que la suma de los terminos restantes es cero)

$$\boxed{Ia = \frac{Ua + \alpha^2 \cdot Ub + \alpha \cdot Uc}{3}}$$

Si tomamos nuevamente el sistema **(1)** pero ahora multiplicamos la segunda ecuación por α y la tercera por α^2 obtendremos:

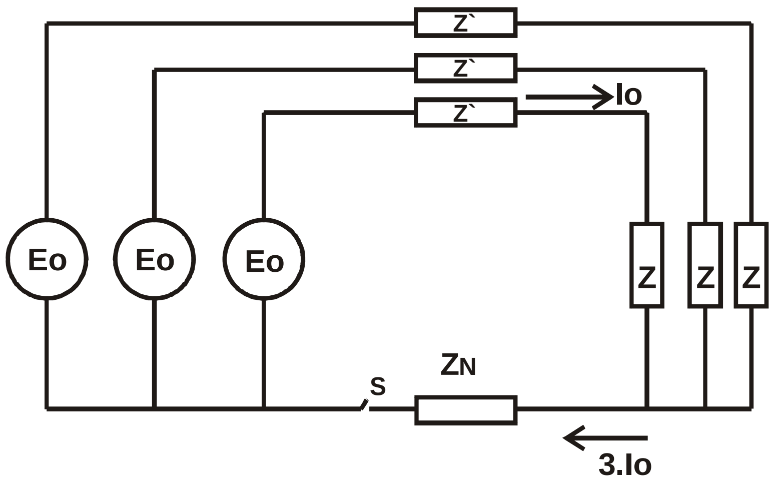
$$\boxed{Da = \frac{Ua + \alpha \cdot Ub + \alpha^2 \cdot Uc}{3}}$$

Ejemplo A:

$$\begin{cases} U_{RO} = U\angle 90^o = U \cdot \left(\cos 90^o + j \cdot sen 90^o\right) = U \cdot (0 + j) \\ U_{SO} = U\angle 330^o = U \cdot \left(\cos 330^o + j \cdot sen 330^o\right) = U \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\right) \\ U_{TO} = U\angle 210^o = U \cdot \left(\cos 210^o + j \cdot sen 210^o\right) = U \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j \cdot \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$U_{RO} + U_{SO} + U_{TO} = 0 + j + \frac{\sqrt{3}}{2} + j \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - j \cdot \frac{1}{2} = 0$$

Veamos ahora qué sucede con la terna homopolar:



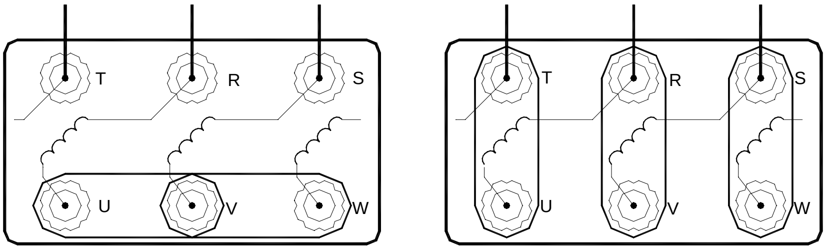
El generador de cada fase tiene una tensión Eo que es la componente homopolar. El neutro tiene una impedancia Z_N.
Al cerrarse S circula una corriente de valor 3.Io

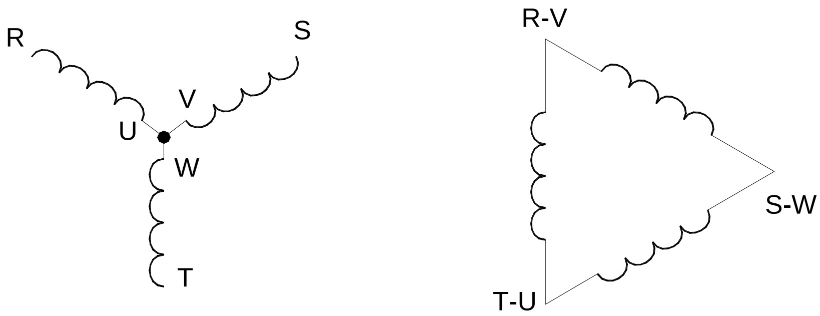
$$\vec{Eo} = Io \cdot Z` + Io \cdot Z + 3.Io \cdot Z_N$$

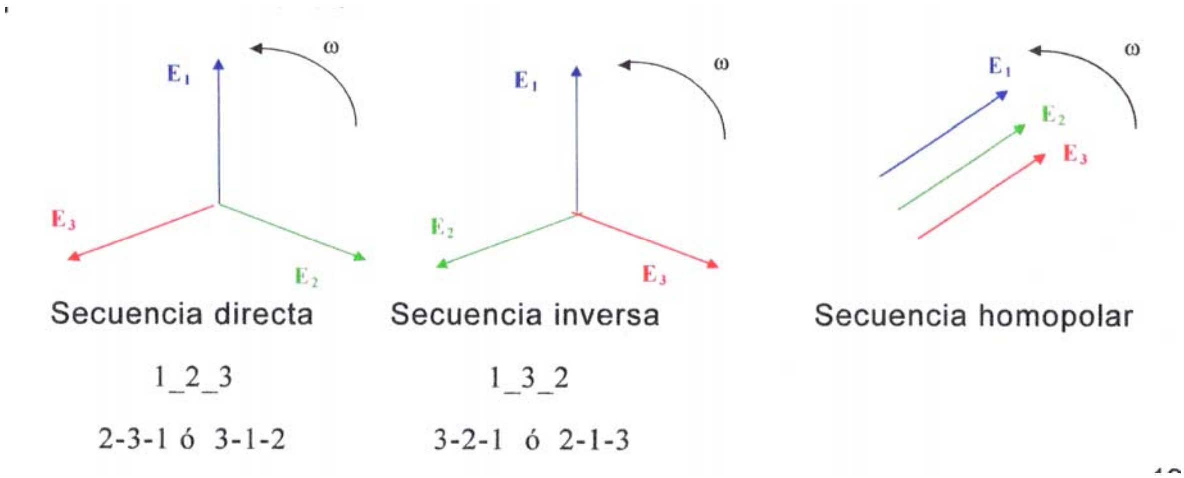
Y la corriente que circulará por cada una de las fases (cerradas cada una por neutro) es: $\vec{Io} = \dfrac{Eo}{Z` + Z + Z_N}$

Conclusiones:

1. Existe Io si hay neutro
2. Existe Io si hay desequilibrio.


T
R
S
U
V
W
T
R
S
U
V
W


R
S
V
U
W
T
R-V
S-W
T-U


E1
E2
E3
ω
Secuencia directa
1_2_3
2-3-1 ó 3-1-2
E1
E2
E3
ω
Secuencia inversa
1_3_2
3-2-1 ó 2-1-3
E1
E2
E3
ω
Secuencia homopolar