**T.P.Nº 9.1**

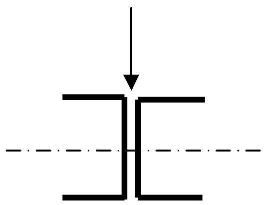
Para el siguiente pórtico se pide:

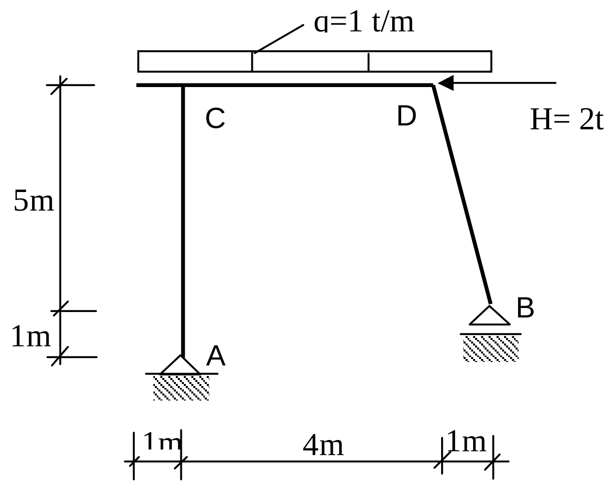
a) Dimensionarlo con 2 PNU.

b) Dibujar diagramas de tensiones en la sección mas solicitada de cada barra.

c) Hallar analíticamente la posición del eje neutro en las sección más solicitada.

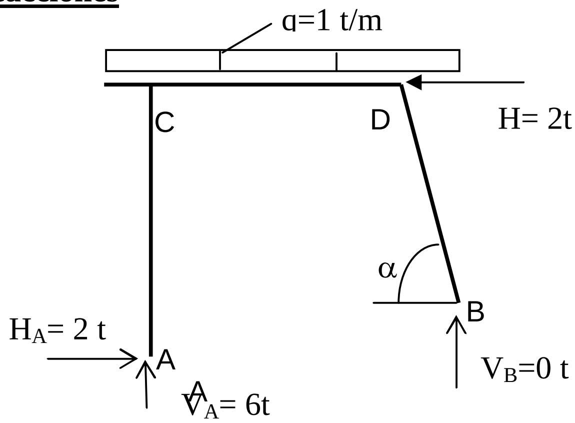
$\sigma_{adm} = 1{,}4\ t/\ cm^2$



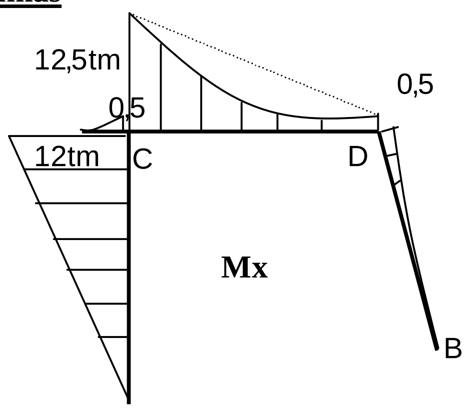


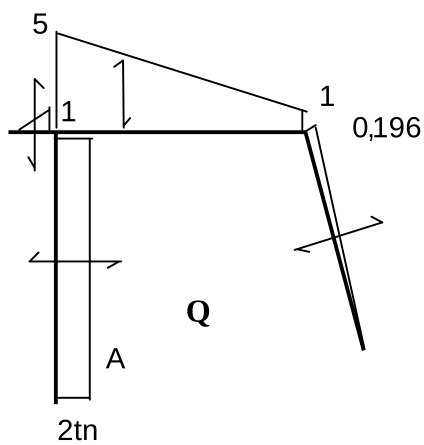

## *A) Solicitaciones*

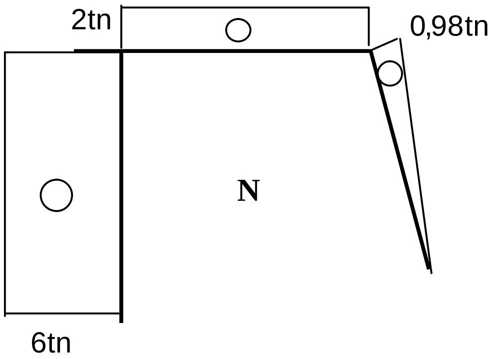
**Cálculo de Reacciones**




**Diagramas**






## *B) Dimensionamiento*

Estamos frente a un caso de Flexión Recta Compuesta ya que:

$N \neq 0$; $Mx \neq 0$; $My = 0$ → $\sigma_Z = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mx}{Ix} \times y$

Predimensionado

En este tipo de problemas el dimensionamiento no es directo ya que hay más parámetros geométricos que ecuaciones.

Por lo tanto predimensionamos a flexión simple recta (despreciamos en primera instancia el término N/Ω.)

$$W \geq \frac{M_{máx}}{\sigma_{adm}} = \frac{1250\,tcm}{1{,}40\,t/cm^2} = 893cm^3 = Wx_{2PNU}$$

$Wnec_{1PNU} = 446{,}5\ cm^3$ → de tabla 2 PNU Nº 280

$Wx = 448\ cm^3$

$F = 53{,}3\ cm^2$

Verificamos a flexión recta compuesta:

Las combinaciones de esfuerzos más desfavorables para cada barra son:

Barra AC: $\begin{cases} M_{máx} = 1200\ tcm \\ N = -6\ t \end{cases}$ ( Extremo C de barra AC ) - sección 1-1

Barra CD: $\begin{cases} M_{máx} = 1250\ tcm \\ N = -2\ t \end{cases}$ ( Extremo C de barra CD ) - sección 2-2

Barra BD: $\begin{cases} M_{máx} = 50\ tcm \\ N = 0{,}98\ t \end{cases}$ ( Extremo D de barra BD ) - sección 4-4

Barra AC:

$$\sigma_Z^c = \frac{-6}{2\times 53{,}3} \pm \frac{1200}{2\times 448} = \quad \begin{aligned} \sigma_Z^c &= -1{,}396\,t/cm^2 < 1{,}41\,t/cm^2 \rightarrow B.C. \\ \sigma_Z^c &= +1{,}283\,t/cm^2 \rightarrow B.C. \end{aligned}$$

Barra CD:

$$\sigma_Z^c = \frac{-2}{2\times 53{,}3} \pm \frac{1250}{2\times 448} = \quad \begin{aligned} \sigma_Z^c &= -1{,}41\,t/cm^2 \cong 1{,}41\,t/cm^2 \rightarrow B.C. \\ \sigma_Z^c &= +1{,}376\,t/cm^2 \rightarrow B.C. \end{aligned}$$

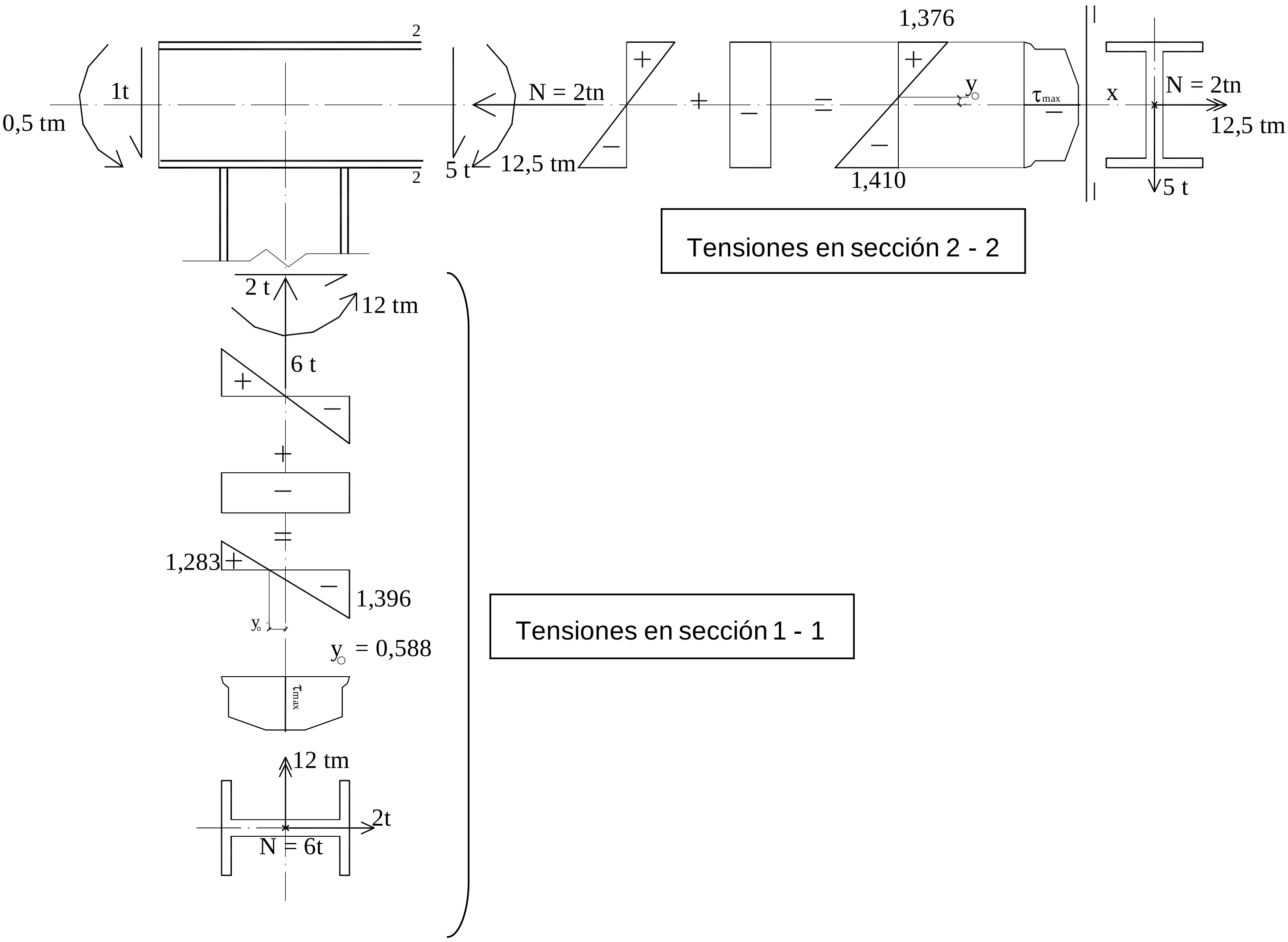
Barra BD:

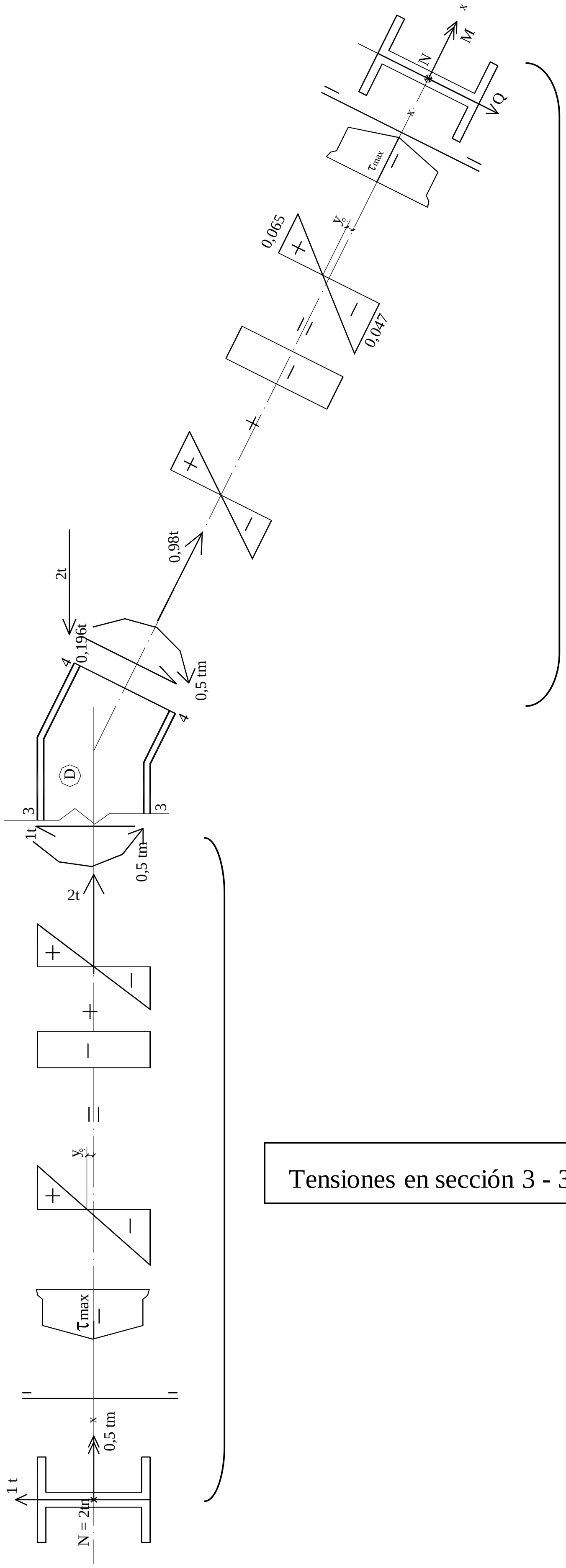
$$\sigma_Z^c = \frac{+0.98}{2\times 53{,}3} \pm \frac{50}{2\times 448} = \qquad \begin{array}{l} \sigma_Z^c = -0{,}047\ t/cm^2 < 1{,}41\ t/cm^2 \rightarrow \text{B.C.} \\ \sigma_Z^c = +0{,}065\ t/cm^2 \rightarrow \text{B.C.} \end{array}$$

ADOPTAMOS 2 PNU Nº 280

## *C) Diagrama de tensiones*

**Nudo C**






Tensiones en sección 4 - 4

Tensiones en sección 3 - 3

## *D) Posición del eje neutro*

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} \times \left[1 + \frac{e}{ix^2}\, y\right] = 0 \therefore y_0 = \frac{-ix^2}{e}$$

$$e = \frac{M}{N} \qquad ix^2 = \frac{Ixx}{\Omega}$$

Para la barra AC – sección 1-1

$$e = \frac{12\ tm}{6\ t} = 200\ cm$$

$$ix^2 = \frac{2 \times 6272}{2 \times 53{,}3} = 117{,}67\ cm^2$$

$y_0 = -\dfrac{117{,}67}{200} = -0{,}588$ (El signo menos corresponde a que $y_0$ se mide en sentido contrario a e)

Para la barra CD – sección 2 – 2

$$e = \frac{1250}{2} = 625\ cm$$

$$ix^2 = 117{,}67\ cm^2$$

$$y_0 = -\frac{117{,}67}{625} = -0{,}188\ cm$$

Para la barra BD - sección 4 - 4

$$e = \frac{50}{0{,}98} = 51\ cm$$

$$y_0 = -\frac{117{,}67}{51} = 2{,}306\ cm$$

**T.P.Nº 9.2**

La columna de la figura se halla sometida a la acción de una carga vertical excéntrica y una carga horizontal uniformemente repartida.

se pide:

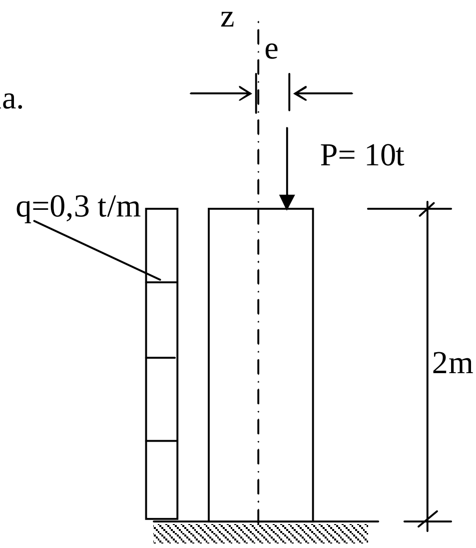
a) Dibujar los diagramas M, Q y N.

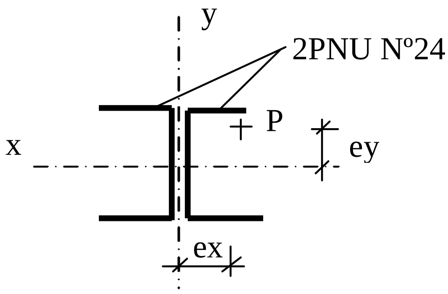
b) Dibujar diagrama de tensiones $\sigma$ en la sección mas solicitada.

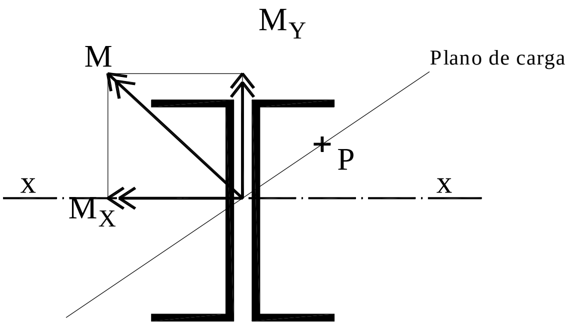
c) Calcular analíticamente la posición del eje neutro.

ex = 3 cm ey = 5 cm

$\sigma_{adm} = 1{,}4\ t/cm^2$



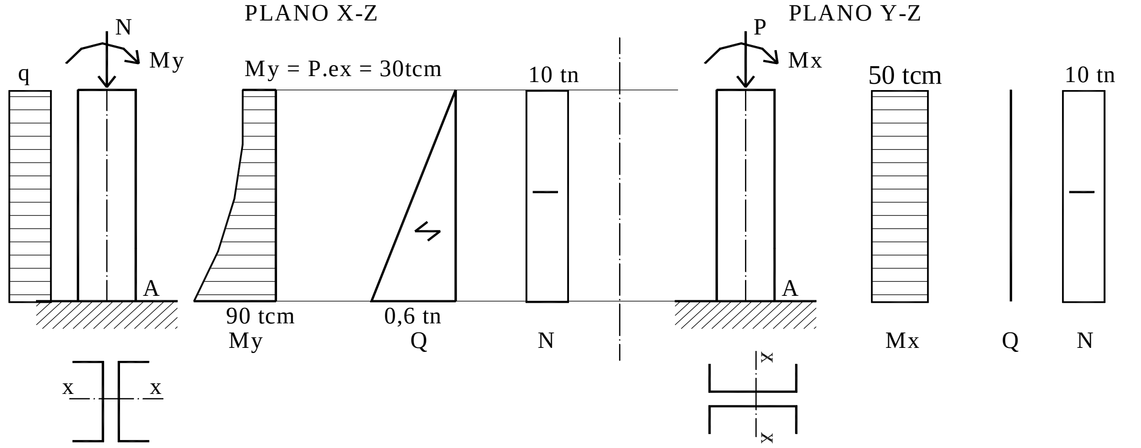




Tenemos una carga P normal excéntrica cuyo punto de aplicación no coincide son ningún eje principal de inercia. Estamos frente a un caso de **Flexión Oblicua Compuesta** .

Trasladamos la carga P al baricentro de la sección y obtenemos:

$N = P = 10 \qquad Mx = N \times e_y = 50\ \text{tcm} \qquad My = N \times e_x = 30\ \text{tcm}$

## a) Diagrama de solicitaciones



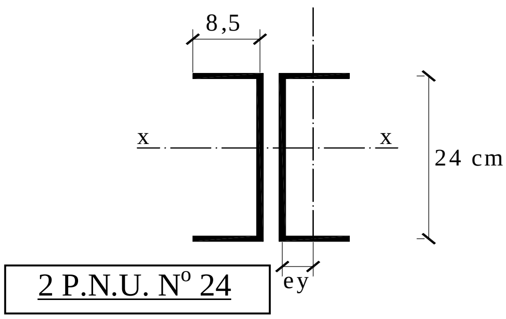

## b) Características Perfil

$$Ix = 3600\ cm^4 \times 2 = 7200\ cm^4$$

$$Iy_{[} = 248 \therefore Iy_{][} = 2 \times \left[248 + 42{,}3 \times \overline{2{,}23}^2\right] = 917\ cm^4$$

$$F = 42{,}3 \times 2 = 84{,}6\ cm^2$$

$$e_y = 2{,}23\ cm$$



## c) Análisis de la sección más solicitada- (sección A)

$$\sigma_Z = \frac{N}{\Omega} + \frac{Mx}{Ix}\,y + \frac{My}{Iy}\,x$$

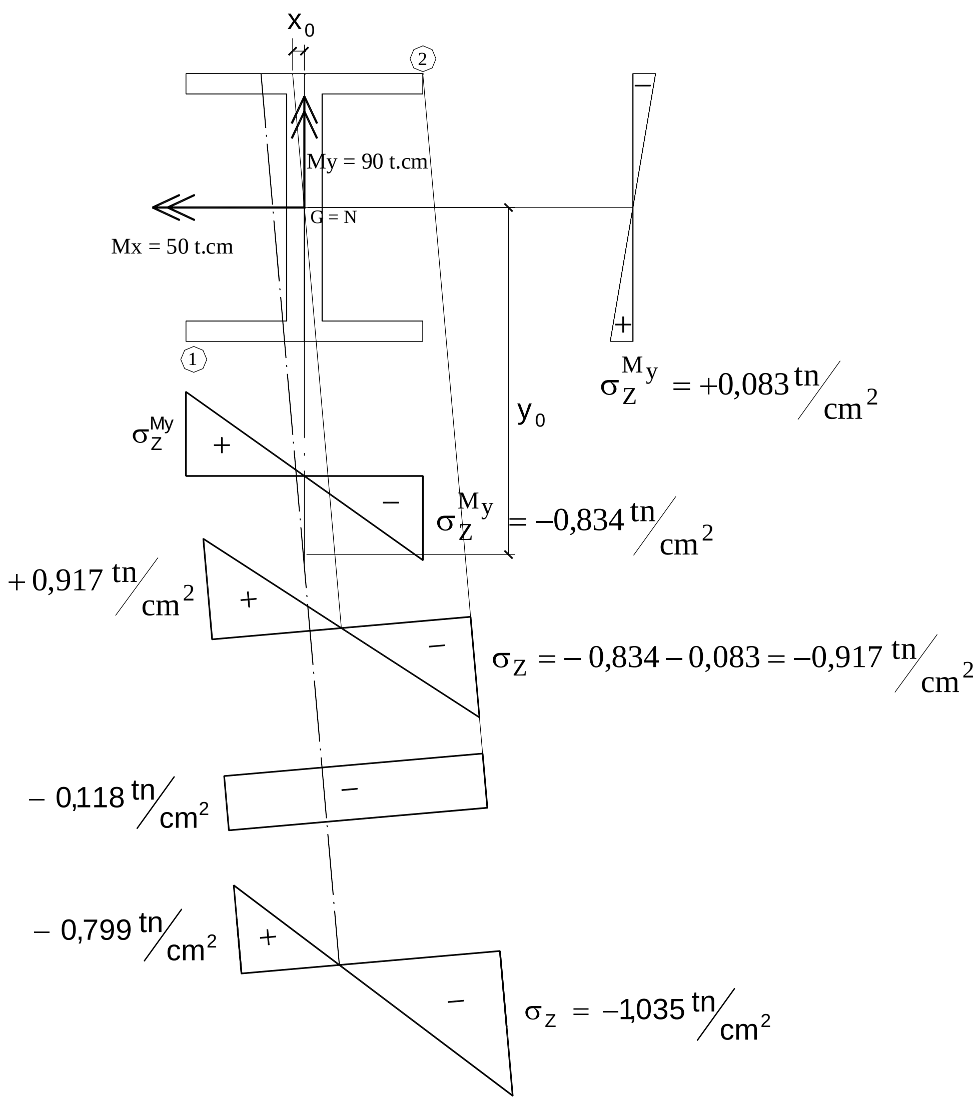
$$\sigma_z^{Mx} = \pm\frac{Mx}{Ix}\,y_{max} = \pm\frac{50\ \text{tcm}}{7200}\times 12\ \text{cm} = \pm\,0{,}083\ \text{tn/cm}^2$$

$$\sigma_z^{My} = \pm\frac{My}{Iy}\,x_{max} = \pm\frac{90\ \text{tcm}}{917}\times 8{,}5\ \text{cm} = \pm 0{,}83\ \text{tn/cm}^2$$

$$\sigma_Z^{N} = -\frac{N}{\Omega} = -\frac{10}{2\times 42{,}3} = -0{,}118\ \text{tn/cm}^2$$

$$\sigma_Z = +\,0{,}834 + 0{,}083 - 0{,}118 = 0{,}799\ \text{tn/cm}^2\ \ (\text{pto}\,1)$$

$$\sigma_Z = -\,0{,}834 - 0{,}083 - 0{,}118 = -\,1{,}035\ \text{tn/cm}^2\ \ (\text{pto}\ 2)$$



## d) Posición del eje neutro

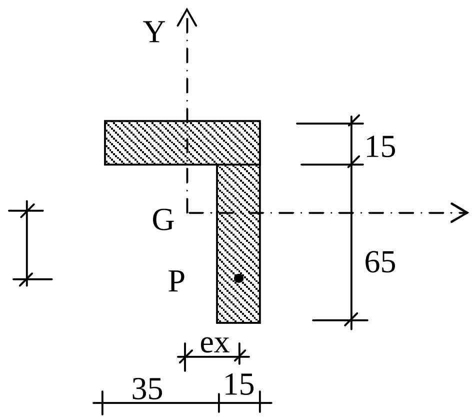
$$\sigma_Z = \frac{N}{\Omega} + \frac{N \times e_y}{Ix} y + \frac{N \times e_x}{Iy} x \qquad e_x = \frac{90}{10} = 9\,cm\,; \quad e_y = \frac{50}{10} = 5\,cm$$

$$\sigma = \frac{N}{\Omega} \times \left[ 1 + \frac{e_y}{Ix/\Omega} y + \frac{e_x}{Iy/\Omega} x \right] = \frac{N}{\Omega} \times \left[ 1 + \frac{e_y}{ix^2} y + \frac{e_x}{iy^2} x \right] = 0$$

si x = 0 $\quad y_0 = -\frac{ix^2}{e_y} = -\frac{\frac{7200}{2 \times 42{,}3}}{5\,cm} = -\frac{85{,}106}{5} = -17\,cm$

si y = 0 $\quad x_0 = -\frac{iy^2}{e_x} = -\frac{\frac{917}{2 \times 42{,}3}}{9\,cm} = -\frac{10{,}839}{9} = -1{,}20\,cm$

**TPN°.9.3:**




Para la sección de la figura se pide:

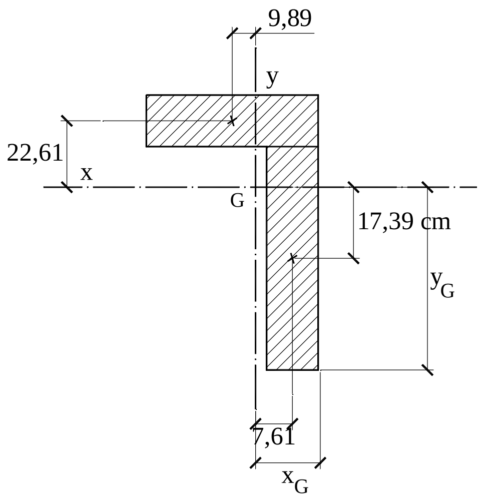
a) Dibujar el diagrama de tensiones " σ " producidas por aplicación de una carga "P" excéntrica. La sección resiste, tensiones de tracción y compresión.

b) Hallar el núcleo central.

**DATOS**

**P = 8 tn**
**ex = 8cm**
**ey = 10 cm**

## a) ***Propiedades Geométricas de la sección***




**Area Seccion**

$$\Omega_1 = 50 \times 15 = 750\, cm^2$$

$$\Omega_2 = 15 \times 65 = 975\, cm^2$$

$$\Omega = 750 + 975 = 1725\, cm^2$$

**Baricentro Seccion**

$$X_G = \frac{750 \times 25 + 975 \times 7{,}5}{1725} = 15{,}11\, cm$$

$$Y_G = \frac{750 \times 72{,}5 + 975 \times 32{,}5}{1725} = 49{,}89\, cm$$

**Momentos de inercia**

$$I_x = \frac{50 \times \overline{15}^3}{12} + 750 \times \overline{22{,}61}^2 + \frac{15 \times \overline{65}^3}{12} + 975 \times \overline{17{,}39}^2 = 1.035.605\, cm^4$$

$$I_y = \frac{15 \times \overline{50}^3}{12} + 750 \times \overline{9{,}89}^2 + 65 \times \frac{\overline{15}^3}{12} + 975 \times \overline{7{,}61}^2 = 304.355\, cm^4$$

$$I_{xy} = 750 \times (-9{,}89) \times 22{,}61 + 975 \times (-17{,}39) \times 7{,}61 = -296.739\, cm^4$$

## b) ***Tensiones***

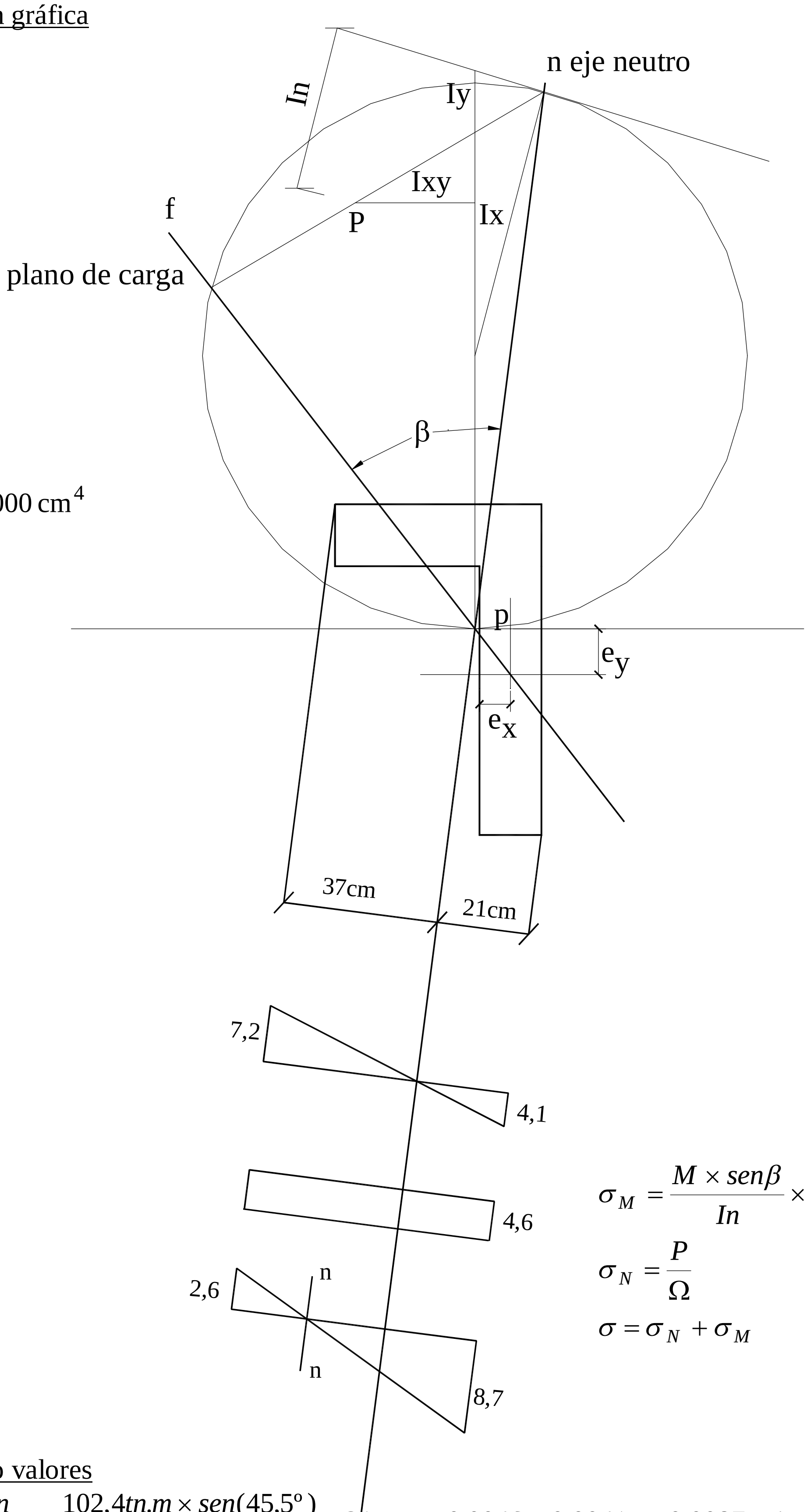
$$\boxed{\sigma_{\max} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M \cdot sen\beta}{In} \times yn}$$

Flexión Compuesta Oblicua

donde $\delta = \sqrt{ex^2 + ey^2} = \sqrt{8^2 + \overline{10}^2} = 12{,}80\, cm$

$M = P \times \delta = 8tn \times 12{,}8cm = 102{,}4 tn.m$

Determinación gráfica




β = 45,5º

In = 375000 cm$^4$

$$\sigma_M = \frac{M \times sen\beta}{In} \times \eta$$

$$\sigma_N = \frac{P}{\Omega}$$

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M$$

Reemplazando valores

$$\sigma^{(-)}_{máx.} = \frac{-8tn}{1725cm^2} - \frac{102{,}4tn.m \times sen(45{,}5^o)}{375000cm^4} \times 21cm = -0{,}0046 - 0{,}0041 = -0{,}0087 \text{ tn/cm}^2$$

$$\sigma^{(+)}_{máx.} = \frac{-8tn}{1725cm^2} + \frac{102{,}4tn.m \times sen(45{,}5^o)}{375000cm^4} \times 37cm = -0{,}0046 + 0{,}0072 = +0{,}0026 \text{ tn/cm}^2$$

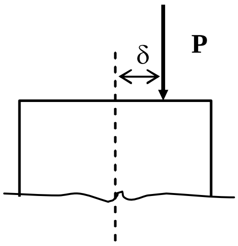
## c) Núcleo Central

Antes de resolver el núcleo central de este ejercicio haremos un breve repaso teórico.

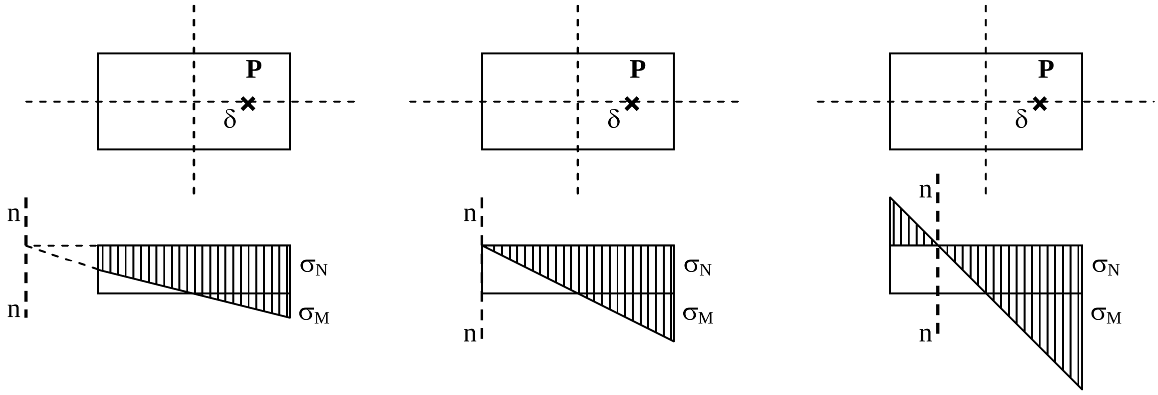
***Definición***: El Núcleo Central es el lugar geométrico de los centros de presiones (puntos de aplicación de la carga) de modo que en la sección se generen tensiones de un solo signo.

***Propiedades***:

- Para originar tensiones de un solo signo, el eje neutro debe ser tangente o exterior a la sección.



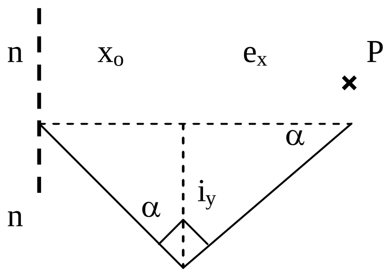

$$\boxed{\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{\Omega} \pm \frac{M}{I} \cdot y}$$




$$|\sigma_N| > |\sigma_M| \qquad |\sigma_N| = |\sigma_M| \qquad |\sigma_N| < |\sigma_M|$$

- Para ubicar al eje neutro, se establece una relación entre el punto de aplicación de la carga y la ubicación del eje neutro, a través los radios de inercia respecto al eje neutro.

### *Ubicación del eje neutro*




$$\sigma = \frac{P}{\Omega} + \frac{P \cdot e_x}{I_y} \cdot x_o = 0$$

$$P = \left( \frac{1}{\Omega} + \frac{e_x}{I_y} \cdot x_o \right) = 0 \Rightarrow x_o = -\frac{I_y}{\Omega} \cdot \frac{1}{e_x} = -\frac{{i_y}^2}{e_x}$$

Análogamente: $x_o = -\frac{{i_y}^2}{e_x}$ $\qquad y_o = -\frac{{i_x}^2}{e_y}$ $\qquad y_n = -\frac{{i_n}^2}{e_n}$

dónde: $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{\Omega}}$ $\qquad i_x = \sqrt{\frac{I_x}{\Omega}}$ $\qquad i_n = \sqrt{\frac{I_n}{\Omega}}$

- La ubicación del eje neutro no depende de la intensidad de la carga, sino de su ubicación de la carga.
- La carga se ubica en una dirección conjugada al eje neutro, es decir la inercia centrífuga respecto de ambos ejes resulta cero.

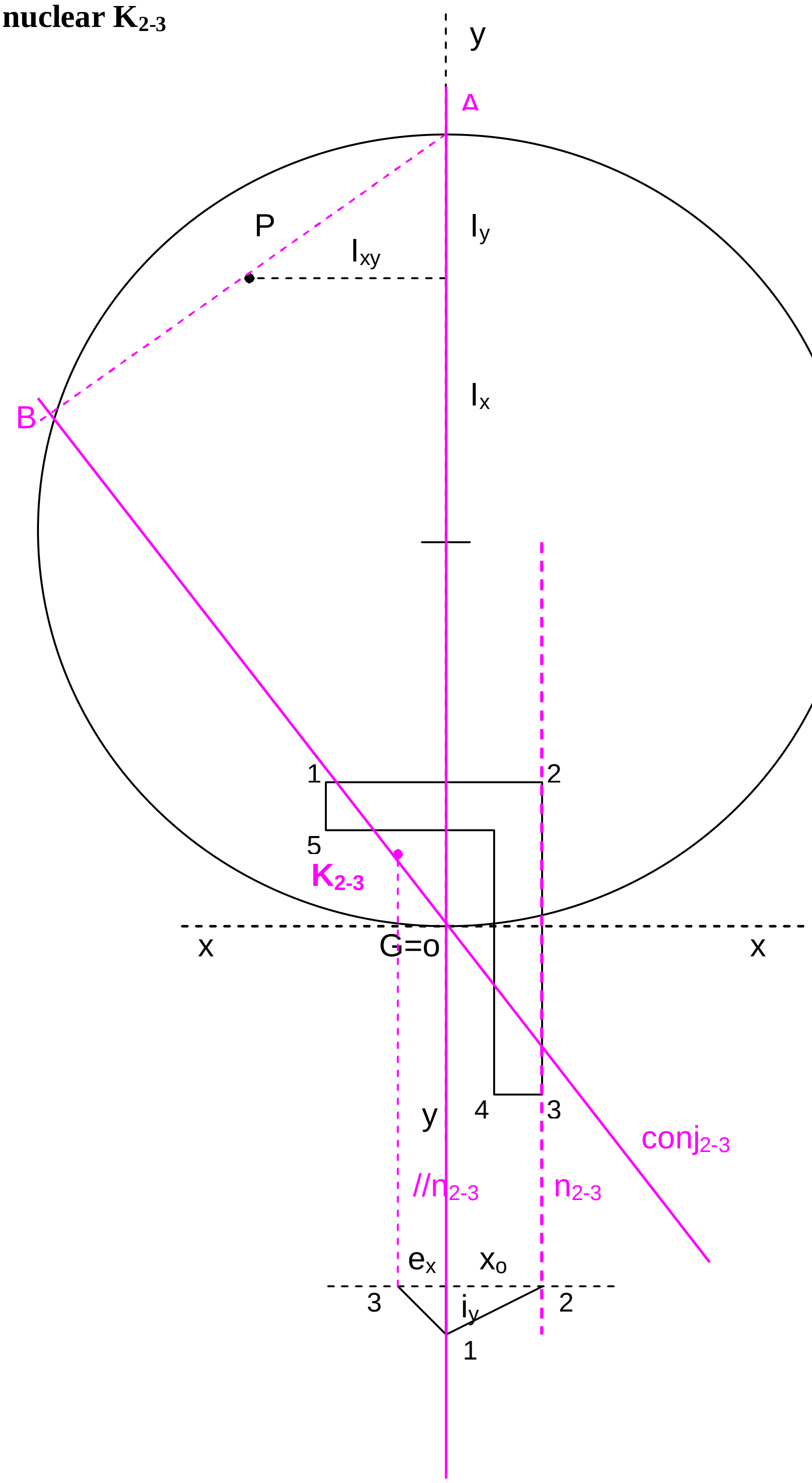
- Si la carga se desplaza a lo largo de una recta que pasa por el baricentro de la sección (plano de carga), el eje neutro se desplaza paralelo a si mismo. Al alejarse la carga del baricentro (G) de la sección, el eje neutro se acerca a G.
- Si la carga se desplaza por una recta que no pasa por el baricentro de la sección, el eje neutro rota sobre un punto (vértice).

## Trazado

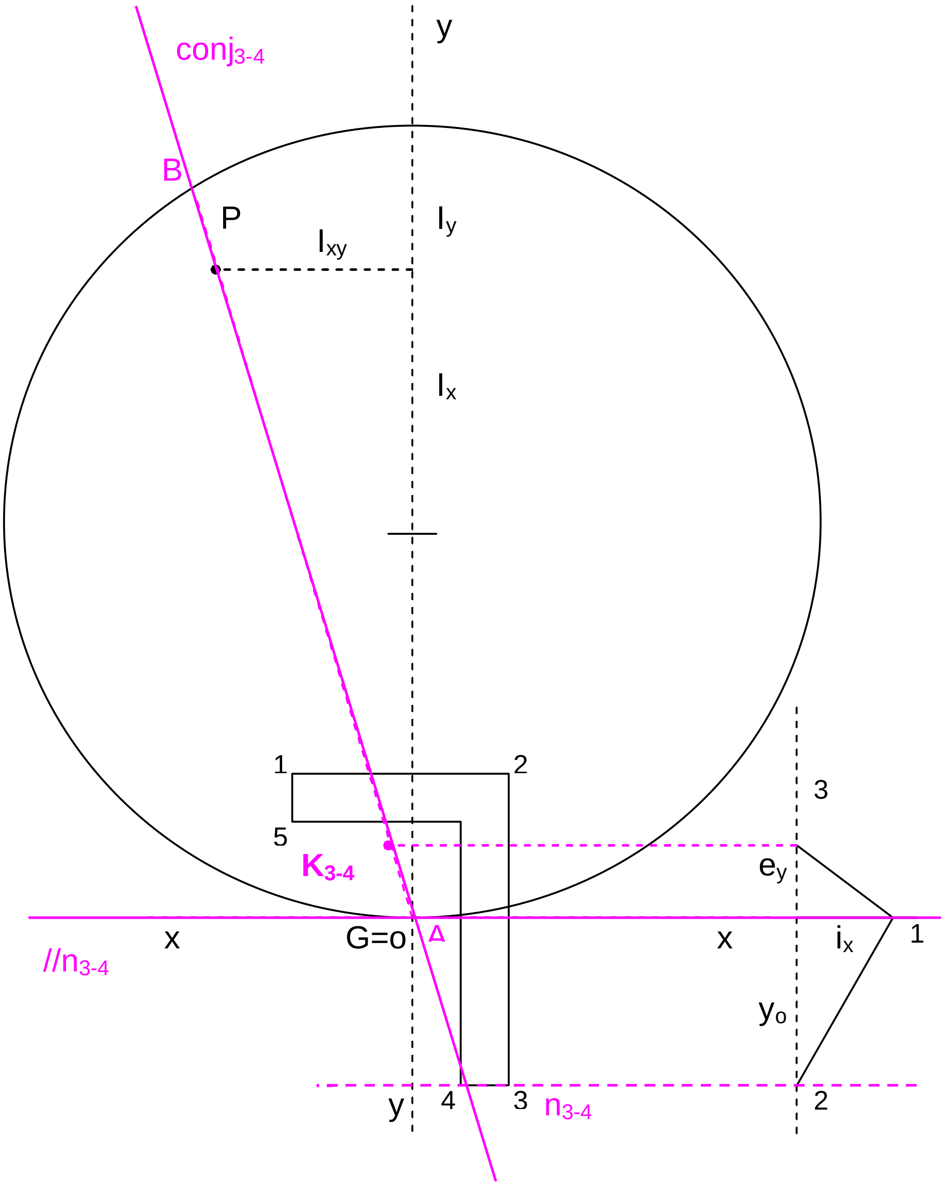
1. Se adopta escala de dibujo , escala de inercia y sistema de coordenadas x-o-y.
$$Esc.D = \frac{[cm]Dibujo}{[cm]\mathrm{Re}\,al} \qquad Esc.I = \frac{[cm^4]Dibujo}{[cm^4]\mathrm{Re}\,al}$$
2. Se dibuja la sección con su baricentro G coincidente con el ejes de coordenadas O, y se enumeran los vértices.
3. Se traza el circulo de Mohr-Land conociendo $I_x – I_y – I_{xy}$.
4. Se consideran ejes neutros tangentes a la sección sin cortarla ($n_{1-2} – n_{2-3} – n_{3-4} – n_{4-5} – n_{5-1}$).
5. Los puntos nucleares se ubican sobre una dirección conjugada al eje neutro (plano de carga), para lo cual:
   a. Se traza una paralela al eje neutro que pase por el baricentro G dela sección, dicho eje corta al circulo en un punto A.
   b. Se traza la cuerda que une A con P (punto principal del circulo). Dicha cuerda corta al círculo en un punto B.
   c. Uniendo B con G (baricentro de la sección) se obtiene la dirección conjugada al eje neutro.
6. Para ubicar el punto nuclear, se procede de la siguiente manera:
   a. Se traza una línea de referencia (normal al eje neutro baricéntrico) a partir de la cual se mide el radio de giro respecto del eje neutro ($i_x – i_y – i_n$) según corresponda (punto 1).
   b. Se conoce la ubicación del eje neutro ($y_o – x_o – y_n$) como la distancia entre el eje neutro baricéntrico y el eje neutro real (punto 2).
   c. Se traza una recta que une ambas distancias (recta 1-2) y se traza una recta normal a la anterior (recta 1-3) hasta la línea de referencia determinando la excentricidad de la carga (punto 3).
   d. Se traza por el punto 3 una paralela al eje neutro hasta cortar a la dirección conjugada (plano de carga) que determina el punto de aplicación de la carga o punto nuclear K.
7. Se procede de la misma forma con los demás ejes neutros, circunscribiendo a la sección.
8. Uniendo los puntos nucleares, se obtiene la forma geométrica del núcleo central.

Calculemos ahora el núcleo central de la sección, empezando por el eje 2-3

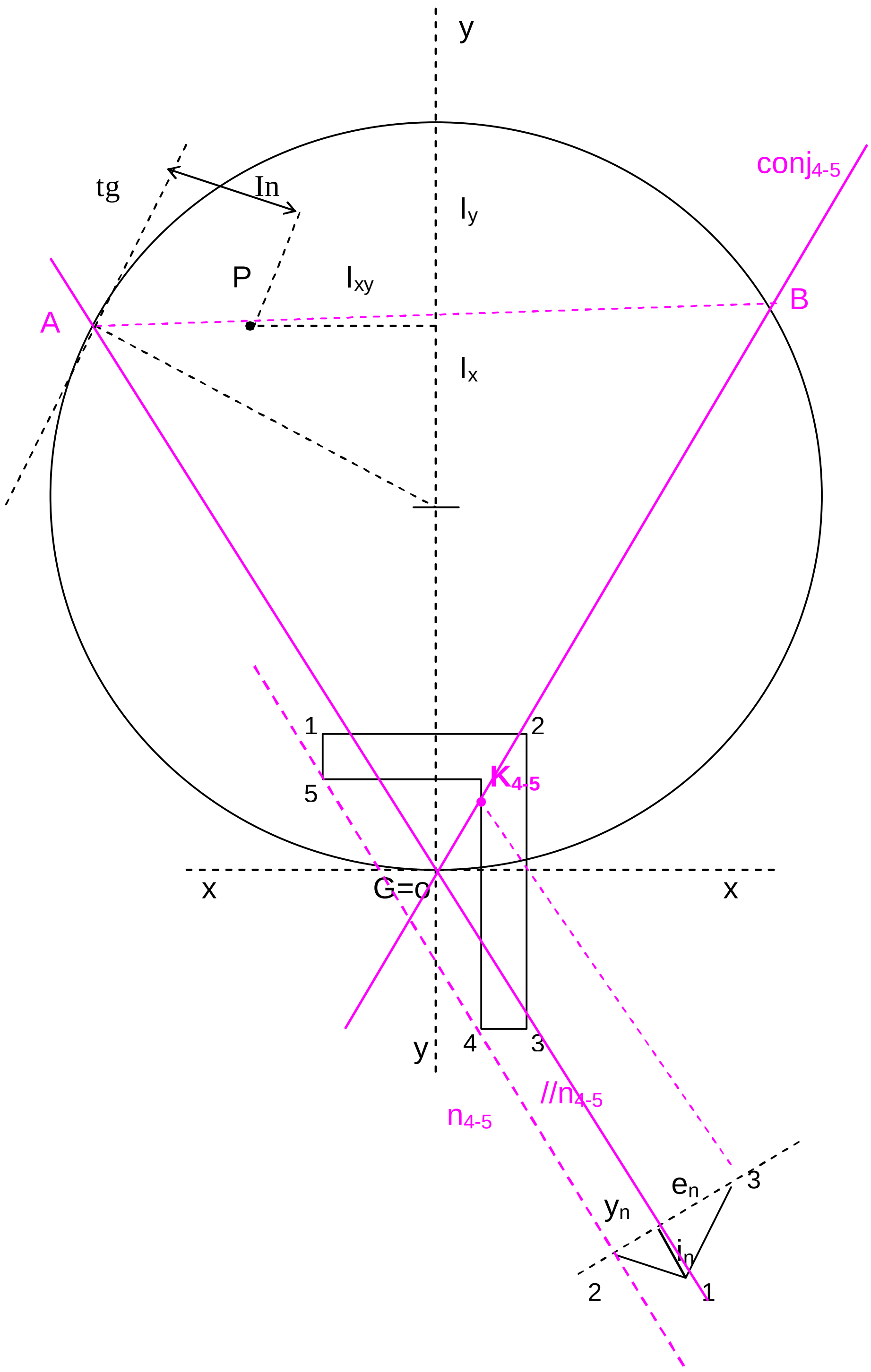
**A) Punto nuclear $K_{2-3}$**



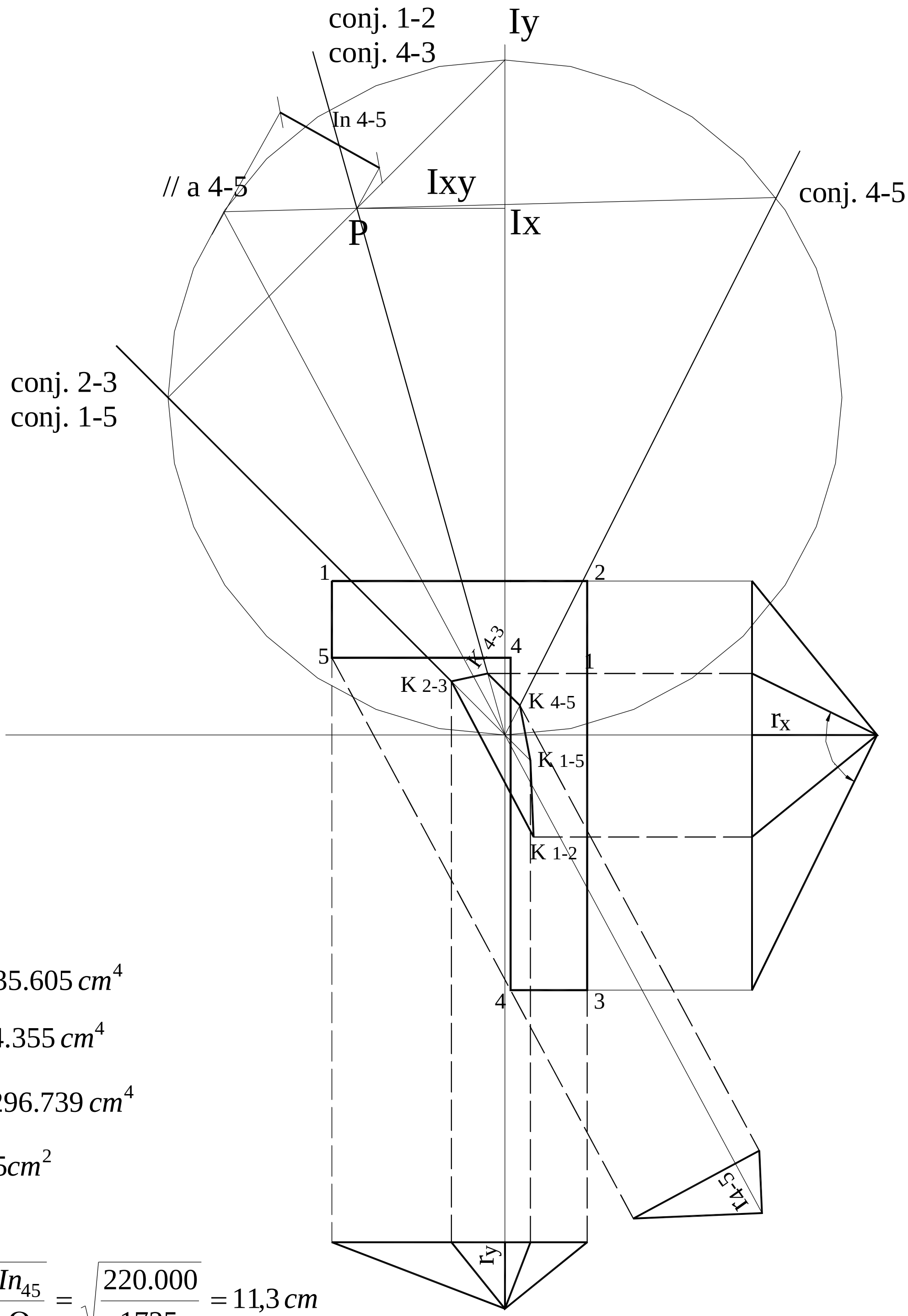
### B) Punto nuclear $K_{3\text{-}4}$



**C) Punto nuclear $K_{4-5}$**



## NUCLEO CENTRAL




$$I_x = 1.035.605\,cm^4$$

$$I_y = 304.355\,cm^4$$

$$I_{xy} = -296.739\,cm^4$$

$$\Omega = 1725 cm^2$$

$$r_{n54} = \sqrt{\frac{In_{45}}{\Omega}} = \sqrt{\frac{220.000}{1725}} = 11{,}3\,cm$$

$$r_x = \sqrt{\frac{Ix}{\Omega}} = \sqrt{\frac{1.035.605}{1.725}} = 24{,}5\,cm$$

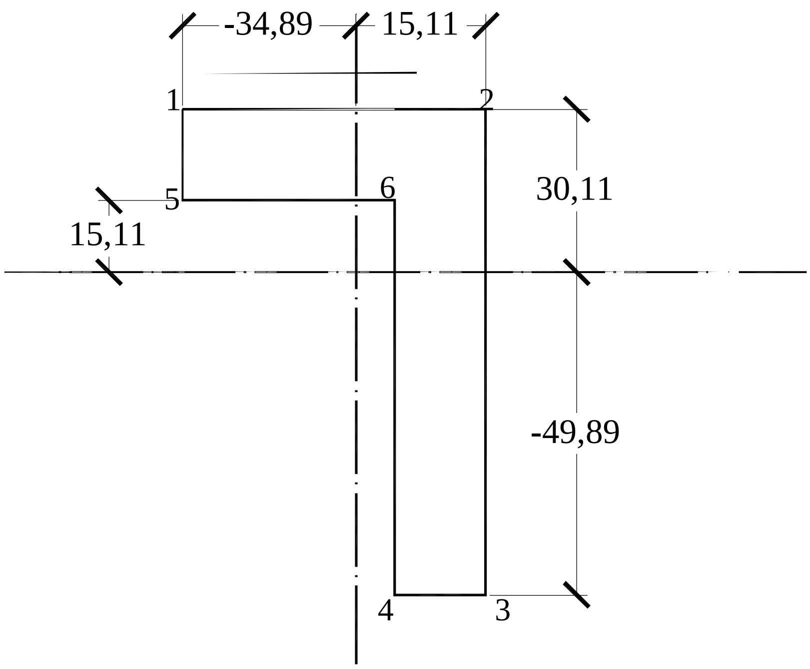
$$r_y = \sqrt{\frac{Iy}{\Omega}} = \sqrt{\frac{304.355}{1.725}} = 13{,}28\,cm$$

## *Cálculo analítico de la posición de los puntos nucleares*

### *Formulas*

$$X_K = \frac{I_y \times (y_A - y_B) - I_{xy} \times (x_A - x_B)}{\Omega \times (y_B \times x_A - y_A \times x_B)}$$

$$Y_K = \frac{I_{xy} \times (y_A - y_B) - I_x \times (x_A - x_B)}{\Omega \times (y_B \times x_A - y_A \times x_B)}$$




### *Coordenadas de los puntos del eje neutro*

| Punto | X | Y |
|---|---|---|
| 1 | -34,89 | 30,11 |
| 2 | 15,11 | 30,11 |
| 3 | 15,11 | -49,89 |
| 4 | 0,11 | -49,89 |
| 5 | -34,89 | 15,11 |

### *Propiedades geométricas de la sección*

$Iy = 304.355\,cm^4$

$Ix = 1.035.605\,cm^4$

$Ixy = -296.739\,cm^4$

$\Omega = 1.725\,cm^2$

### *Eje neutro coincidente con 1-2*

$$X_{K1-2} = \frac{304.355 \times [30{,}11 - 30{,}11] - (-296.739) \times [-34{,}89 - 15{,}11]}{1.725 \times [30{,}11 \times (-34{,}89) - 30{,}11 \times 15{,}11]} = 5{,}71\,cm$$

$$Y_{K1-2} = \frac{-296.739 \times [30{,}11 - 30{,}11] - 1.035.605 \times [-34{,}89 - 15{,}11]}{1.725 \times (-1.505{,}5)} = -19{,}94\,cm$$

### *Eje neutro coincidente con 2-3*

$$X_{K2-3} = \frac{304.355 \times [30{,}11 - (-49{,}89)] - (-296.739) \times [15{,}11 - 15{,}11]}{1.725 \times [-49{,}89 \times 15{,}11 - 30{,}11 \times 15{,}11]} = -11{,}68\,cm$$

$$Y_{K2-3} = \frac{-296.739 \times [30{,}11 - (-49{,}89)] - 1.035.605 \times [15{,}11 - 15{,}11]}{1.725 \times (-1.208{,}8)} = 11{,}38\,cm$$

***Eje neutro coincidente con 3-4***

$$X_{K3-4} = \frac{304.355 \times [(-49{,}89) - (-49{,}89)] - (-296.739) \times [15{,}11 - 0{,}11]}{1.725 \times [-49{,}89 \times 15{,}11 - (-49{,}89) \times 0{,}11]} = -3{,}45\,cm$$

$$Y_{K3-4} = \frac{-296.739 \times [(-49{,}89) - (-49{,}89)] - 1.035.605 \times [15{,}11 - 0{,}11]}{1.725 \times (-748{,}35)} = 12{,}03\,cm$$

***Eje neutro coincidente con 4-5***

$$X_{K4-5} = \frac{304.355 \times [-49{,}89 - 15{,}11] - (-296.739) \times [0{,}11 - (-34{,}89)]}{1.725 \times [15{,}11 \times 0{,}11 - (-49{,}89) \times (-34{,}89)]} = 3{,}13\,cm$$

$$Y_{K4-5} = \frac{-296.739 \times [-49{,}89 - 15{,}11] - 1.035.605 \times [0{,}11 - (-34{,}89)]}{1.725 \times (-1739)} = 5{,}65\,cm$$

***Eje neutro coincidente con 1-5***

$$X_{K5-1} = \frac{304.355 \times [15{,}11 - 30{,}11] - (-296.739) \times [(-34{,}89) - (-34{,}89)]}{1.725 \times [30{,}11 \times (-34{,}89) - 15{,}15 \times (-34{,}89)]} = 5{,}07\,cm$$

$$Y_{K5-1} = \frac{(-296.739) \times [15{,}11 - 30{,}11] - 1.035.605 \times [(-34{,}89) - (-34{,}89)]}{1.725 \times (-521{,}95)} = -4{,}94\,cm$$

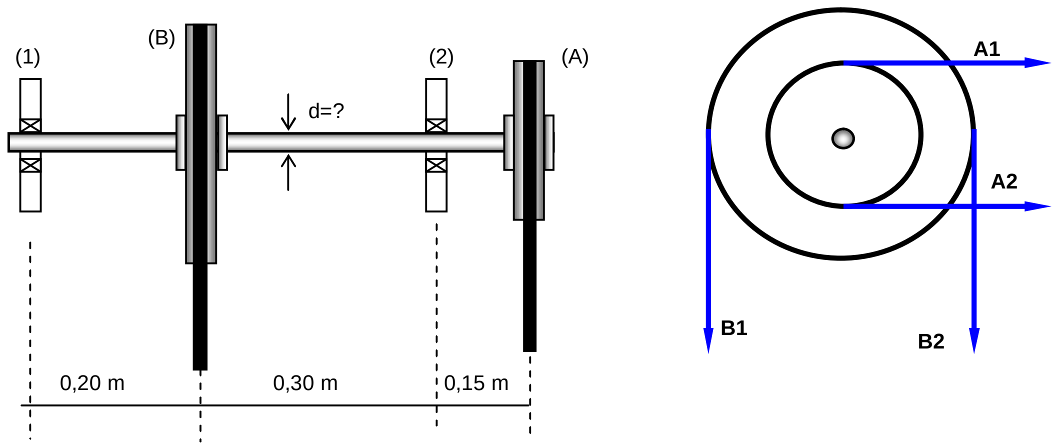
***Coordenadas de los puntos nucleares***

| Punto | X | Y |
|---|---|---|
| $K_{1-2}$ | 5,71 | -19,94 |
| $K_{2-3}$ | -11,68 | 11,38 |
| $K_{3-4}$ | -3,45 | 12,03 |
| $K_{4-5}$ | 3,13 | 5,65 |
| $K_{5-1}$ | 5,07 | -4,94 |

**T.P.Nº 9.4**

La polea (1) transmite al eje de acero de sección circular maciza, un momento torsor generado por un motor de **N=6,3CV** de potencia que gira a **n=100 rpm**.

Dimensionar el eje, usando la teoría de rotura de Huber-Mises-Hencky (o de la máxima energía de distorsión). No tener en cuenta el peso propio de las poleas ni del eje.




**Datos:**

| | | |
|---|---|---|
| **Material del eje** | $\sigma_{adm}$= 2 tn/cm$^2$ | E= 2100 Kg/cm$^2$ |
| **Poleas** | r=A1/A2= 4 | $R_A$= 100 mm |
| | r=B1/B2=2,5 | $R_B$=150 mm |

## *1- Determinacion de las cargas*

El momento torsor Mt a lo largo de su deformación correspondiente φ, realiza un trabajo W igual a :

$$W = Mt \times \varphi$$

La potencia se define como el trabajo que se realiza en la unidad de tiempo, es decir:

$$N = \frac{dW}{dt} = Mt \times \frac{d\varphi}{dt} = Mt \times \omega$$

donde $\omega$ es la velocidad angular, que puede expresarse en términos de la frecuencia o del numero de vueltas por minuto n(rpm):

$$\omega[rad/seg] = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi \cdot n(rpm)}{60(seg/\min)}$$

Entonces la potencia puede escribirse como:

$$N[W] = \frac{2 \cdot \pi \cdot n[rpm]}{60} \cdot Mt[N.m]$$

y el momento torsor transmitido por el motor resulta:

$$\boxed{Mt[N.m] = \frac{60}{2 \cdot \pi} \frac{N[W]}{n[rpm]}} \qquad \text{En Unidades SI}$$

Haciendo una conversión de unidades pues la potencia en general se expresa en HP o CV:

siendo $\boxed{1CV = 735{,}5W}$ Y $\boxed{1HP = 745{,}7W}$

$$Mt[N.m] = \frac{60}{2\cdot\pi} \times \frac{N[W]\cdot 735{,}5[W/CV]}{n[rpm]} = 7023{,}5\,\frac{N[CV]}{n[rpm]}$$

$$Mt[N.m] = \frac{60}{2\cdot\pi} \times \frac{N[W]\cdot 745{,}7[W/HP]}{n[rpm]} = 7120{,}9\,\frac{N[HP]}{n[rpm]}$$

siendo $\boxed{1N = 9{,}81Kg}$

$$Mt[Kg.m] = \frac{7023{,}5}{9{,}81[Kg/N]} \times \frac{N[CV]}{n[rpm]} = 716 \times \frac{N[CV]}{n[rpm]}$$

$$Mt[Kg.m] = \frac{7120{,}9}{9{,}81[Kg/N]} \times \frac{N[HP]}{n[rpm]} = 726 \times \frac{N[HP]}{n[rpm]}$$

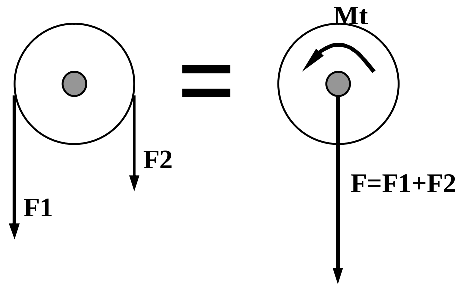
luego:

$$\boxed{Mt[Kg.m] = 716\cdot\frac{N(CV)}{n(rpm)} = 726\cdot\frac{N(HP)}{n(rpm)}}$$

***a) Momento torsor transmitido por el motor.***

$$Mt[Kg.m] = 716\cdot\frac{6{,}3(CV)}{100(rpm)} = 45Kg.m = 4500Kg.cm$$

***b) Fuerzas en las poleas***




$$Mt = F_1 \times R - F_2 \times R$$

siendo $\boxed{F_1 = r \times F_2}$

$$Mt = (r-1)F_2 \times R$$

$$\boxed{F_2 = \frac{Mt}{(r-1)\times R}}$$

***En la Polea (B)***

La polea (B) transmite el momento torsor generado por el motor, tal que $Mt_B$=4500Kg.cm

$$B_2 = \frac{Mt_B}{(r-1)\times R_B} = \frac{4500Kg.cm}{(2{,}5-1)\times 15cm} = 200Kg$$

$$B_1 = r \times B_2 = 2{,}5 \times 200Kg = 500Kg$$

$$F_B = B_1 + B_2 = 700Kg$$

***En la Polea (A)***

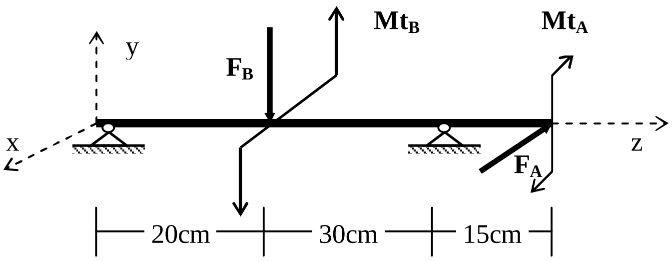
La polea (A) absorbe el momento torsor transmitido por la polea B, por lo tanto $Mt_A$=4500Kg.cm

$$A_2 = \frac{Mt_A}{(r-1)\times R_A} = \frac{4500Kg.cm}{(4-1)\times 10cm} = 150Kg$$

$$A_1 = r \times A_2 = 4 \times 150Kg = 600Kg$$

$$F_A = A_1 + A_2 = 750Kg$$

## 2- Solicitaciones




**CARGAS**

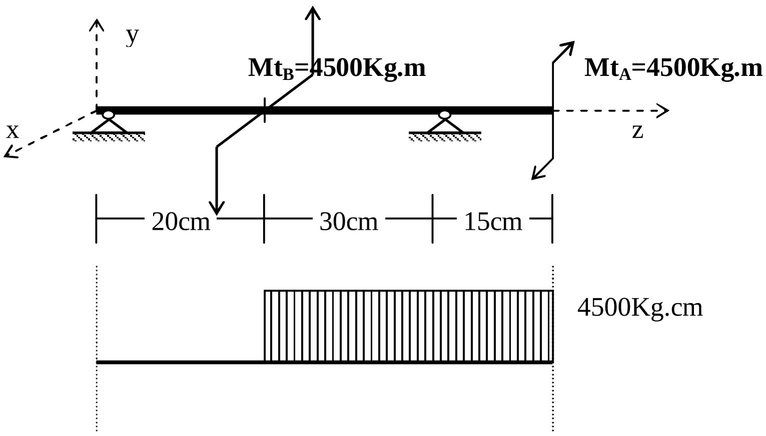
$Mt_A$= 4500 Kg.cm

$Mt_B$= 4500 Kg.cm

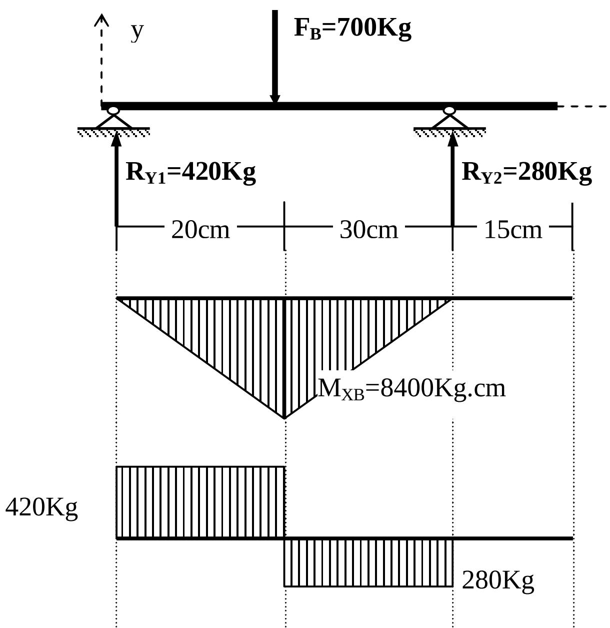
$F_A$= 750 Kg

$F_B$= 700 Kg

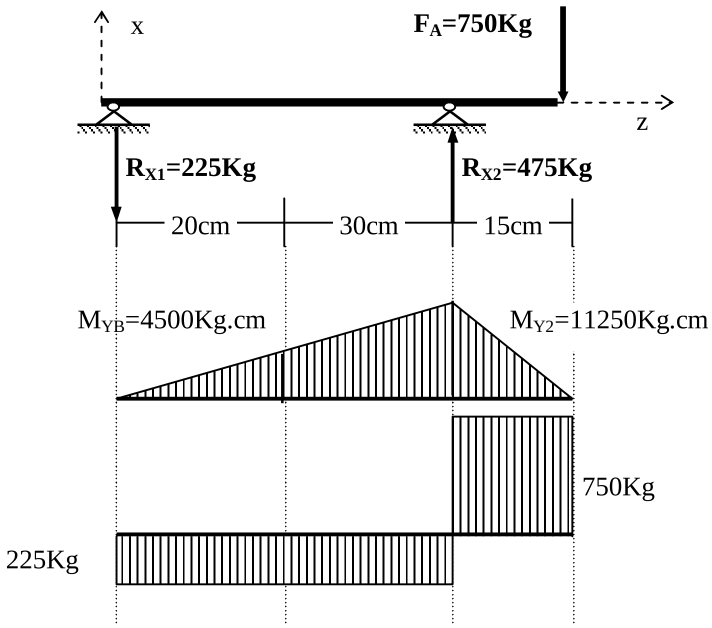
### a) Debido al Momento Torsor




### b) Debido a las cargas verticales (Flexión en el plano ZY ➔ $M_X$ - $Q_Y$)

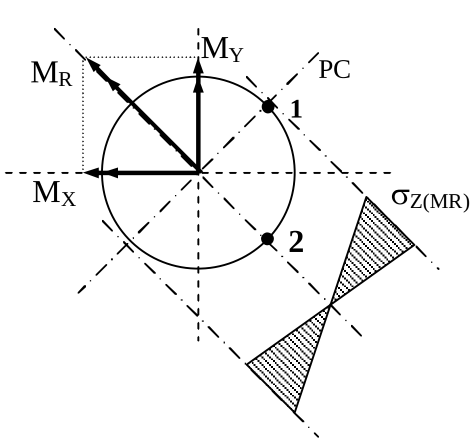


*c) <u>Debido a las cargas horizontales</u> (Flexión en el plano ZX ➔ $M_Y$ – $Q_X$)*

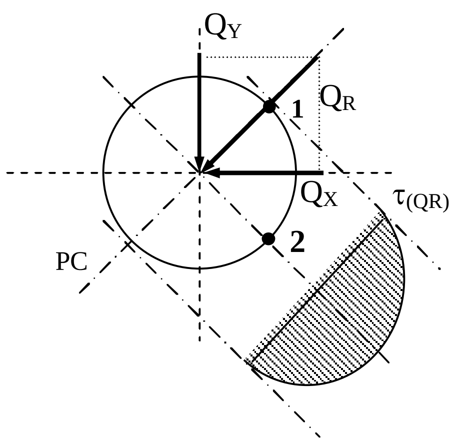



## 3- <u>Esfuerzos</u>

*a) <u>Debido a Mf</u>*




*b) <u>Debido a Q</u>*




$M_R = \sqrt{{M_X}^2 + {M_Y}^2}$

SECCION B

$M_R = \sqrt{(8400 Kg.cm)^2 + (4500 Kg.cm)^2} = 9529 Kg.cm$

SECCION 2

$M_R = \sqrt{(11250 Kg.cm)^2 + (0 Kg.cm)^2} = 11250 Kg.cm$

$Q_R = \sqrt{{Q_X}^2 + {Q_Y}^2}$

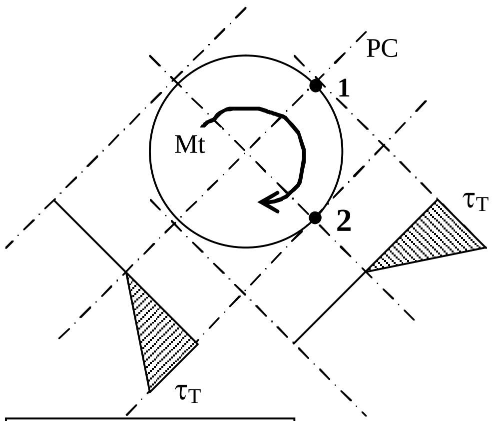
SECCION 1

$Q_R = \sqrt{(225 Kg)^2 + (420 Kg)^2} = 426 Kg$

SECCION A

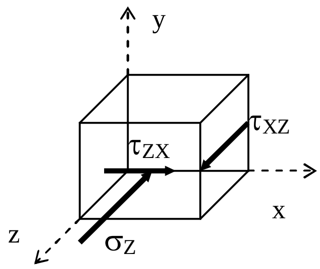
$Q_R = \sqrt{(750 g)^2 + (0 Kg)^2} = 750 Kg$

***c) <u>Debido a Mt</u>***




$Mt = 4500\ Kg.cm$

***d) <u>Analisis</u>***




**<u>Punto 1</u>**

$\sigma_M = \sigma_{max}$

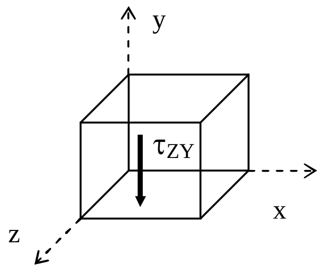
$\tau_Q = 0$

$\tau_T = \tau_{max}$

*luego*

$\sigma_Z = \sigma_M$

$\tau_{ZY} = \tau_T$




**<u>Punto 2</u>**

$\sigma_M = 0$

$\tau_Q = \tau_{max}$

$\tau_T = \tau_{max}$

*luego*

$\sigma_Z = 0$

$\tau_{ZY} = \tau_Q + \tau_T$

## 4- <u>Dimensionamiento</u>

$$\sigma_{C(MHM)} = \sqrt{\sigma_X{}^2 + \sigma_Z{}^2 - \sigma_X \cdot \sigma_Z + 3 \cdot \tau_{ZX}{}^2} \leq \sigma_{adm}$$

para $\sigma_X = 0$ ➔ $\sigma_C = \sqrt{\sigma_Z{}^2 + 3 \cdot \tau_{ZX}{}^2} \leq \sigma_{adm}$

***Para el PUNTO 1 – SECCION 2***

$$\sigma_Z = \frac{Mf}{Wf} = \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot d^3} \qquad \text{y} \qquad \tau_{ZY} = \frac{Mt}{Wt} = \frac{16 \cdot Mf}{\pi \cdot d^3}$$

$$\sigma_C = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot d^3}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot d^3}\right)^2} \leq \sigma_{adm}$$

De la ecuación anterior se obtine el diámetro necesario del eje. En la misma se considerarán los coeficientes Kf y Kt que mayoran las solicitaciones para tener en cuenta los efectos dinámicos de las cargas, resultando:

$$\boxed{d = 2{,}17 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{\sigma_{adm}} \sqrt{(Kf \cdot Mf)^2 + 0{,}75 \cdot (Kt \cdot Mt)^2}}}$$

reemplazando valores:

$$d = 2{,}17 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2000 Kg/cm^2} \sqrt{(1{,}5 \times 11250 Kg.cm)^2 + 0{,}75 \cdot (1{,}1 \times 4500 Kg.cm)^2}} = 4{,}46 cm$$

Adoptamos $\boxed{d = 45 mm}$

***Verificación para el PUNTO 2 – SECCION A***

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_Z{}^2 + 3 \cdot \tau_{ZY}{}^2} \leq \sigma_{adm} \qquad \text{con} \qquad \sigma_Z = 0 \qquad \text{y} \qquad \tau_{ZY} = \tau_Q + \tau_T$$

$$\tau_{QMAX} = \frac{Q \cdot S}{I \cdot B} = \frac{4}{3} \times \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4}{3} \times \frac{4 \cdot 750Kg}{\pi \cdot (4{,}5cm)^2} = 62{,}9Kg / cm^2$$

$$\tau_{TMAX} = \frac{Mt}{Wt} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 4500Kg.m}{\pi \cdot (4{,}5cm)^3} = 251{,}5Kg / cm^2$$

$$\tau_{ZY} = 62{,}9Kg / cm^2 + 1{,}1 \times 251{,}5Kg / cm^2 = 339{,}6Kg / cm^2$$

$$\sigma_C = \sqrt{0 + 3 \cdot \left(339{,}6Kg / cm^2\right)^2} = 588{,}2Kg / cm^2 \leq \sigma_{adm} (2000Kg / cm^2) \Rightarrow B.C.$$