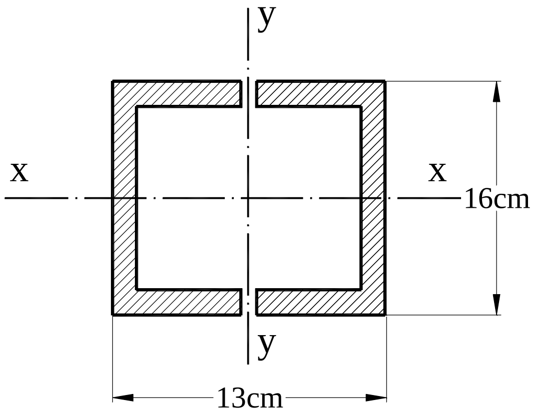
T.P.N°10.1:

Teniendo en cuenta la estabilidad del sistema, calcular la carga crítica que puede soportar una columna sometida a compresión formada por 2 PNU 160 soldados por sus alas, de longitud L = 8 m y cuyos extremos están articulados.
Comparar con la carga crítica para la sección con los perfiles soldados por sus almas y determinar cuál de las dos secciones resulta más conveniente para resistir el pandeo.

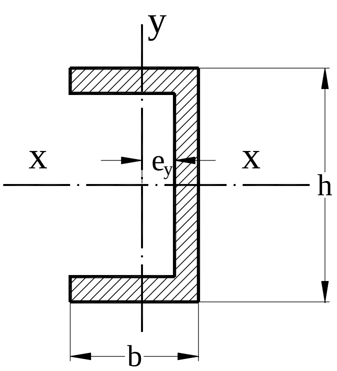
$E = 2 \times 10^6$ kg/cm^2

A- Sección 2 PNU soldados por sus alas



1-Determinación de las características geométricas

PNU 160 → De tabla:



$$Ix = 925\,cm^4$$
$$Iy = 85{,}3\,cm^4$$
$$\Omega = 24\,cm^2$$
$$e_y = 1{,}84\,cm$$
$$h = 16\,cm$$
$$b = 6{,}5\,cm$$

Para la sección:

$$Ix = 2 \times 925 = 1850\,cm^4$$
$$Iy = 2 \times \left(85{,}3 + 24 \times 4{,}66^2\right) = 1213\,cm^4$$
$$\Omega = 2 \times 24 = 48\,cm^2$$

Luego: $I_{min} = Iy = 1213\,cm^4$

2- Determinación de la teoría a utilizar

La esbeltez límite a partir de la cual tiene validez la ley de Euler, resulta:

$$\lambda_P = \pi \times \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}}$$

Par el acero común St 37

$E = 2 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2$

$\sigma_F = 2400\ \text{kg/cm}^2$

$\sigma_P \cong 0{,}80 \times \sigma_F = 1920\ \text{kg/cm}^2$

$$\lambda_P = \pi \times \sqrt{\frac{2 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2}{1920\ \text{kg/cm}^2}} \cong 101{,}4$$

Para la columna:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{\Omega}} = \sqrt{\frac{1213}{48}} = 5{,}03\ \text{cm}$$

$$Sk = l = 800\ \text{cm} \qquad (\text{ambos extremos articulados})$$

$$\lambda_{max} = \frac{Sk}{i_{min}} = \frac{800}{5{,}03} \cong 159 > \lambda_P \rightarrow \text{Teoria de Euler}$$

3- Determinación de la carga crítica o carga última

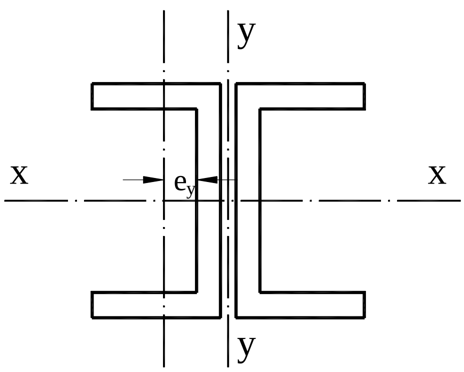
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_{min}}{Sk^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2 \times 1213\ \text{cm}^4}{(800\ \text{cm})^2} \cong 37.412\ \text{Kg}$$

$$\rightarrow P_{cr} = 37.412\text{Kg}$$

Para $P < P_{cr}$ la estructura se encontrará estable

B- Sección de 2 PNU soldados por su alma

1- Características Geométricas



$Ix = 2 \times 925 = 1850\ \text{cm}^4$

$Iy = 2 \times \left(85{,}3 + 24 \times 1{,}84^2\right) = 333{,}11\ \text{cm}^4$

$\Omega = 2 \times 24 = 48\ \text{cm}^2$

$\text{Luego}: I_{min} = Iy = 333{,}11\ \text{cm}^4$

2-

$$i_{mín} = \sqrt{\frac{I_{mín}}{\Omega}} = \sqrt{\frac{333{,}11}{48}} = 2{,}63\ \text{cm}$$

$$\lambda_{máx} = \frac{Sk}{i_{mín}} = \frac{800}{2{,}63} \cong 304 > \lambda_P \rightarrow \text{Teoría de Euler}$$

3- Carga critica de pandeo

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \times E \times I_{min}}{Sk^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \ \mathrm{kg/cm^2} \times 333{,}11\,\mathrm{cm}^4}{(800\,\mathrm{cm})^2} = 10.274\,\mathrm{Kg}$$

$$\rightarrow P_{cr} = 10.274\,\mathrm{Kg}$$

C- En consecuencia, la sección más conveniente para resistir el pandeo es la de perfiles soldados por sus alas.

T.P.N°10.2:

Dimensionar la siguiente barra de un reticulado sometida a un esfuerzo de compresión N = 4,5 tn con 1 PNT ala ancha, mediante el método de la D.I.N. 4114 y por el método de Domke. Recordar que las barras del reticulado son bielas doblemente articuladas.

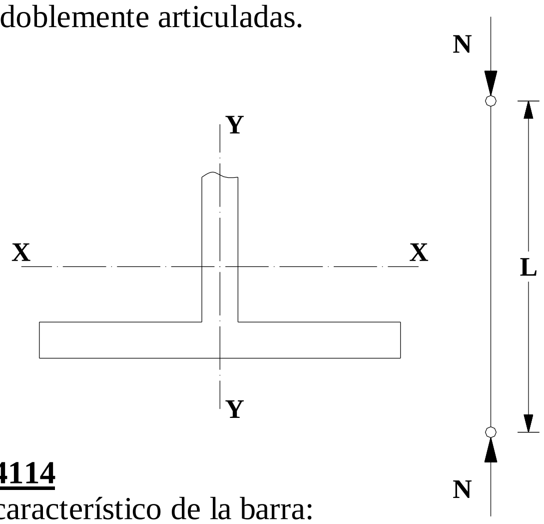
Datos:

$N = 4{,}5\ \text{tn}$

$L = 1{,}8\ \text{m}$

Acero ST37

$\sigma_{adm.} = 1{,}4\ \text{tn/cm}^2$



a) **Método directo de D.I.N. 4114**

Recordando que el coeficiente característico de la barra:

$$\zeta = \lambda \times \sqrt{\omega} = \frac{Sk}{i}\sqrt{\frac{\sigma_{adm} \times \Omega}{N}} = \sqrt{\frac{\Omega}{i^2} \times \frac{\sigma_{adm} \times Sk^2}{N}} = \sqrt{\frac{Z \times Sk^2 \times \sigma_{adm}}{N}}$$

con $Z = \frac{\Omega}{i^2} =$ coef. de forma.

Para el perfil T ala ancha Z = 7,50 (de tabla)

$$Sk = \alpha \times l = 1{,}00 \times 180\ \text{cm} = 180\ \text{cm}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{7{,}5 \times (180\ \text{cm})^2 \times 1{,}4\ \text{tn/cm}^2}{4{,}5\ \text{tn}}} = 274{,}95$$

De tabla $\zeta - \omega$ para:

$$\left.\begin{array}{l} \zeta = 274{,}95 > 180 \\ \text{Acero ST37} \end{array}\right] \omega = \frac{\zeta}{76{,}95} = \frac{274{,}95}{76{,}95} = 3{,}57$$

$$\sigma = \omega \times \frac{N}{\Omega} \leq \sigma_{adm} \rightarrow \Omega_{nec} \geq \frac{\omega \times N}{\sigma_{adm}} = \frac{3{,}57 \times 4{,}5\ \text{tn}}{1{,}4\ \text{tn/cm}^2} = 11{,}5\ \text{cm}^2$$

De tabla de perfiles para:

$\Omega_{nec} \geq 11{,}5\ \text{cm}^2 \rightarrow$ Adopto 1P.N.T.B 50 (ala ancha)

$\Omega = 12\ \text{cm}^2$

$Ix = 18{,}7\ \text{cm}^4; \quad i_X = 1{,}25\ \text{cm} = i_{min}$

$Iy = 67{,}7\ \text{cm}^4; \quad i_Y = 2{,}38\ \text{cm}$

Verificación:

$$i_{min} = 1{,}25\ \text{cm}, \quad Sk = 180\ \text{cm}; \quad \lambda_{max} = \frac{Sk}{i_{min}} = \frac{180}{1{,}25} = 144$$

De tabla $\lambda - \omega$ (ST 37)

Para $\lambda = 144 \rightarrow \omega = 3{,}50$

$$\sigma = \omega \times \frac{N}{\Omega} = 3{,}5 \times \frac{4{,}5\ \text{tn}}{12\ \text{cm}^2} = 1{,}31\ \text{tn/cm}^2 \leq \sigma_{adm} = 1{,}4\ \text{tn/cm}^2 \quad \text{B.C.}$$

B) <u>Método de Domke</u>

$$\lambda \times \sqrt{\omega} = \lambda = \text{cte.}$$

- Adopto $\omega_o = 1$

$$\Omega_0 \geq \omega_0 \times \frac{N}{\sigma_{adm}} = 1 \times \frac{4{,}5\ \text{tn}}{1{,}4\ \text{tn/cm}^2} = 3{,}21\,\text{cm}^2$$

- De tabla de perfiles

$$\text{Para} \quad \Omega_0 \geq 3{,}21\,\text{cm}^2 \rightarrow \text{Adopto 1 PNTB 30} \begin{cases} \Omega = 4{,}64\,\text{cm}^2 \\ i_{min} = i_X = 0{,}75\,\text{cm} \end{cases}$$

- $i_0 = 0{,}75\,\text{cm};\quad Sk = 180\ \text{cm} \Rightarrow \lambda_0 = \dfrac{Sk}{i_0} = \dfrac{180}{0{,}75} = 240$
- De tabla $\lambda - \lambda_0$ (procedimiento de Domke “El acero de la construcción”); para $\lambda_0 = 240 \rightarrow \lambda_r = 136$
- De tabla $\lambda - \omega$; para $\lambda_r = 136 \rightarrow \omega_r = 3{,}12$
- $\Omega_{nec} \geq \omega_r \times \dfrac{N}{\sigma_{adm}} = 3{,}12 \times \dfrac{4{,}5\text{tn}}{1{,}4\ \text{tn/cm}^2} = 10{,}03\,\text{cm}^2$

De tabla de perfiles para:

$$\Omega_{nec} \geq 10{,}03\,\text{cm}^2 \rightarrow \text{Adopto} \begin{cases} \text{1 PNTB 50 (ala ancha)} \\ \Omega = 12\ \text{cm}^2 \\ i_{min} = i_X = 1{,}25\,\text{cm} \end{cases}$$

- <u>Verificación:</u>

$$i_{min} = 1{,}25\,cm;\ \ Sk = 180\,\text{cm};\quad \lambda_{max} = \frac{Sk}{i_{min}} = \frac{180}{1{,}25} = 144$$

De tabla λ - ω (ST 37):

para $\lambda = 144 \rightarrow \omega = 3{,}50$

$$\sigma = \omega \times \frac{N}{\Omega} = 3{,}5 \times \frac{4{,}5\,tn}{12\,cm^2} = 1{,}31\ \text{tn/cm}^2 \leq \sigma_{adm} = 1{,}4\ \text{tn/cm}^2 \ \Rightarrow \text{B.C.}$$

T.P. N°10.3:

Para la estructura de la figura, considerando el punto B indesplazable, determinar el valor máximo de la carga P que cumple con las siguiente condiciones:

a) En la viga, constituida por 1 P.N.I. 120, que $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} = 1{,}4 \text{ tn/cm}^2$

b) En las columnas, considerando la estabilidad del sistema, que $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} = 1{,}4 \text{ tn/cm}^2$

Datos:

$\alpha = 20^0$

columnas

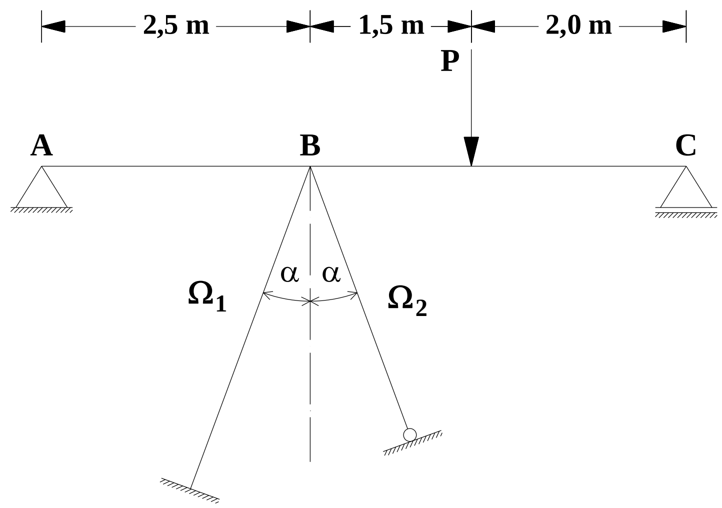
$L_1 = 1{,}30\ m$;

$L_2 = 1{,}0\ m$

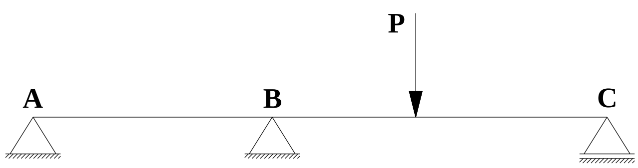
$\Omega_1 = \Omega_2 = 20 \times 20 \text{ cm}^2$

$\sigma_{adm} = 1{,}4 \text{ tn/cm}^2$

Acero St 37

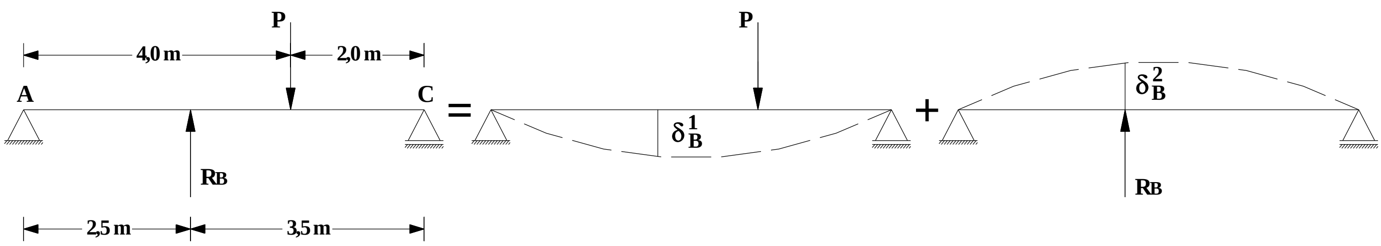


a) Por su forma de sustentación, la viga resulta hiperestática de primer grado.



Resolvemos aplicando el principio de superposición de efectos sobre un isostático fundamental; y planteando una ecuación de deformación.

ISOSTATICO FUNDAMENTAL — ESTADO 1 (Cargas Exteriores) — ESTADO 2 (Reacciones)



Ecuación de deformación: $\boxed{\delta_B^{\ 1} + \delta_B^{\ 2} = \delta_B = 0}$

De la tabla de elástica:

$$\delta_B{}^1 = \frac{P \times b_X}{6\,l \times E \times I}\left(l^2 - x^2 - b^2\right) \qquad \left[0 < x \leq a = 4\,\text{m};\ \ b = 2\,\text{m}\right]$$

$$\delta_B{}^1 = \frac{P \times 2\,\text{m} \times 2{,}5\,\text{m}}{6 \times 6\,\text{m} \times E \times I}\left(6^2 - 2{,}5^2 - 2^2\right)\text{m}^2 = 3{,}576\,\frac{P}{E \times I}\,\text{m}^3$$

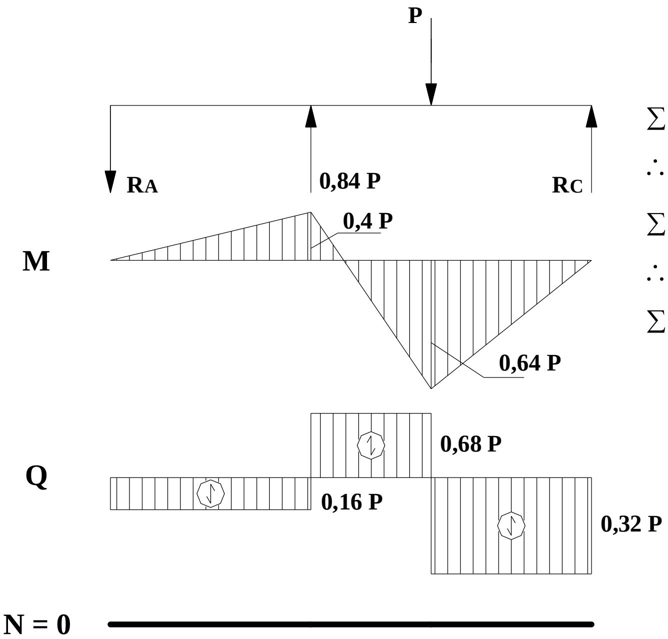
$$\delta_B{}^2 = -\frac{R_B \times b \times a}{6\,l \times E \times I}\left(l^2 - a^2 - b^2\right)\ \left[x = a = 2{,}5\,\text{m};\ \ b = 3{,}5\,\text{m}\ \right]$$

$$\delta_B{}^2 = -\frac{R_B \times 3{,}5\,\text{m} \times 2{,}5\,\text{m}}{6 \times 6\,\text{m} \times E \times I}\left(6^2 - 2{,}5^2 - 3{,}5^2\right) = -4{,}253\,\frac{R_B}{E \times I}\,\text{m}^3$$

($\delta_B{}^2 < 0$ porque es hacia arriba)

$$\delta_B{}^1 + \delta_{vB}{}^2 = 0 = 3{,}576\,\frac{P}{E \times I} - 4{,}253\,\frac{R_B}{E \times I} \Rightarrow R_B = \frac{3{,}576}{4{,}253}\,P = 0{,}84\,P$$

<u>Diagrama de cuerpo libre y solicitaciones de la viga</u>



$$\sum M^A = 0 \Rightarrow -R_C \times 6\,\text{m} + P \times 4\,\text{m} - 0{,}84\,P \times 2{,}5\,\text{m} = 0$$

$$\therefore R_C = 0{,}32\,P$$

$$\sum M^C = 0 \Rightarrow -R_A \times 6\,\text{m} + 0{,}84\,P \times 3{,}5\,\text{m} - P \times 2\,\text{m} = 0$$

$$\therefore R_A = 0{,}16\,P$$

$$\sum F_Y = 0{,}84\,P + 0{,}32\,P - P - 0{,}16\,P = 0$$

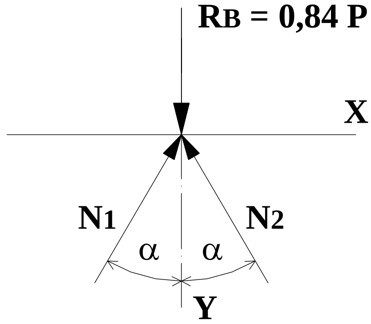
Cálculo del P_{max} por condición de seguridad en la viga:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{Wx} \leq \sigma_{adm}$$

De tabla de perfiles: para P.N.I 120: Wx = 54,7 cm^3

$$\sigma_{max} = \frac{64\,\text{cm} \times P}{54{,}7\,\text{cm}^3} \leq \sigma_{adm} = 1{,}4\,\text{tn/cm}^2 \Rightarrow P \leq \frac{1{,}4\,\text{tn} \times 54{,}7\,\text{cm}^3}{\text{cm}^2 \times 64\,\text{cm}} \cong 1{,}2\,\text{tn}$$

b) Equilibrio en el nudo B:



$$\sum Fx = 0 \Rightarrow N_1 \times \text{sen}\alpha - N_2 \times \text{sen}\alpha = 0$$

$$\therefore N_1 = N_2$$

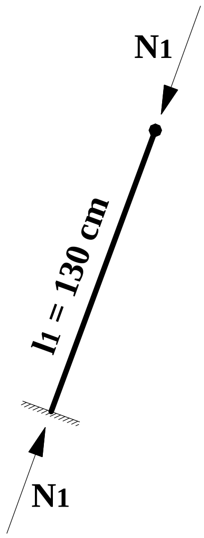
$$\sum Fy = 0 \Rightarrow 2\,N_1 \times \cos\alpha - R_B = 0$$

$$\therefore N_1 = \frac{R_B}{2\cos\alpha} = \frac{0{,}84\,P}{2\cos 20^0}$$

$$N_1 = N_2 = 0{,}447\,P$$

Cálculo de P_{max} por condición de seguridad en las barras, considerando su estabilidad.

Barra 1 (articulado – empotrado)



$$Sk_1 = \alpha \times l = 0{,}7 \times 130\,\text{cm} = 91\,\text{cm}$$

$$i_1 = \sqrt{\frac{I}{\Omega}} = \sqrt{\frac{a^4}{12 \times a^2}} = \frac{a}{\sqrt{12}} = \frac{2\,\text{cm}}{\sqrt{12}} = 0{,}58\,\text{cm}$$

$$\lambda_1 = \frac{Sk_1}{i_1} = \frac{91\,\text{cm}}{0{,}58\,\text{cm}} \cong 157$$

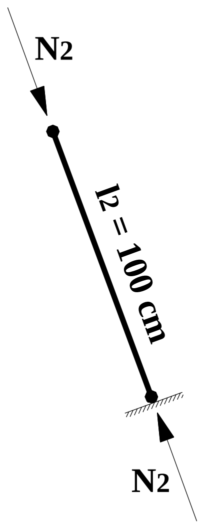
De tabla $\lambda - \omega$ para St 37: $\omega_1 = 4{,}16$

$$\sigma = \frac{\omega_1 \times N_1}{\Omega_1} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{\omega_1 \times 0{,}447\,P}{\Omega_1} \leq \sigma_{adm} \Rightarrow P \leq \frac{\sigma_{adm} \times \Omega_1}{\omega_1 \times 0{,}447}$$

$$P \leq \frac{1{,}4\,\text{tn/cm}^2 \times (2 \times 2)\text{cm}^2}{4{,}16 \times 0{,}447} \cong 3{,}01\,\text{tn}$$

Barra 2 (articulada – articulada)



$$Sk_2 = \alpha \times l = 1 \times 100\,\text{cm} = 100\,\text{cm}$$

$$i_2 = i_1 = 0{,}58\,\text{cm}$$

$$\lambda_2 = \frac{Sk_2}{i_2} = \frac{100\,\text{cm}}{0{,}58\,\text{cm}} = 172$$

De tabla $\lambda - \omega$ para St 37: $\omega_1 = 5{,}00$

$$P \leq \frac{\sigma_{adm} \times \Omega_2}{\omega_2 \times 0{,}447} = \frac{1{,}4\,\text{tn/cm}^2 \times 4\,\text{cm}^2}{5{,}00 \times 0{,}447} = 2{,}5\,\text{tn}$$

De los tres valores se adopta el menor:

$$\boxed{P_{máx} = 1{,}2\,\text{tn}}$$