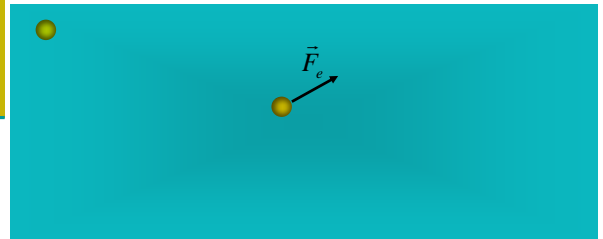


## Campo Eléctrico

- La noción física de campo se corresponde con la de un espacio dotado de propiedades medibles.
- En el caso de que se trate de un campo de fuerzas éste viene a ser aquella región del espacio en donde se dejan sentir los efectos de fuerzas a distancia.

## Campo Eléctrico

- El espacio que rodea a un cuerpo cargado cualquiera parece estar afectado por este cuerpo y a este espacio lo llamaremos *campo eléctrico*. Podemos decir también que el campo eléctrico asociado a una carga aislada o a un conjunto de cargas es aquella región del espacio en donde se dejan sentir sus efectos.



## Campo Eléctrico

- Todo campo físico queda caracterizado por sus propiedades.
- En el caso del campo eléctrico, una forma de describir las propiedades del campo sería indicar la fuerza  $F_e$  que se ejercería sobre un mismo cuerpo de prueba que tenga una carga  $q_0$
- La carga de referencia más simple es la carga puntual (masa despreciable) con carga positiva.

## Campo Eléctrico

- La fuerza eléctrica que en un punto cualquiera del campo se ejerce sobre la carga de prueba positiva, tomada como elemento de comparación, recibe el nombre de intensidad del campo eléctrico y se representa por la letra

$$\vec{E}$$

Definimos campo eléctrico como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

## Campo Eléctrico

- Por tratarse de una fuerza (vector) por unidad de carga (escalar) la intensidad del campo eléctrico es una magnitud vectorial que viene definida por su

módulo  $|\vec{E}|$  y por su dirección y sentido.

$F_e \rightarrow$  Fuerza eléctrica en el punto

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

$q_0 \rightarrow$  Carga de prueba

## Campo Eléctrico

- Podemos decir entonces que el campo eléctrico en un punto es distinto de cero si una carga de prueba situada en dicho punto siente una fuerza eléctrica
- Para que la carga de prueba no modifique el campo eléctrico se tiene que cumplir que:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

Es decir la carga  $q_0$  tiene que ser muy pequeña a fin de no modificar el campo que se quiere poner en evidencia

Por convención la carga de prueba es siempre positiva

## Campo Eléctrico

- Conociendo en campo eléctrico, en un punto podemos conocer la fuerza eléctrica sobre una carga en dicho punto

$$\vec{F}_e = q * \vec{E}$$

Las unidades del campo eléctrico en el S.I. serán

$$[\vec{E}] = \frac{[\vec{F}]}{[q]} = \frac{[Newton]}{[Coulomb]} = \frac{N}{C}$$

## Campo Eléctrico

- Campo eléctrico de una carga puntual

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{q_0} \frac{q_0 q}{r^2} \vec{r} \quad \text{Simplificando}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}$$

## Sistema de N cargas puntuales

- Supongamos que tenemos ahora un sistema de N cargas puntuales. La fuerza que actuará sobre una carga de prueba situada en un punto P del espacio estará dada

$$\vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r_1^2} \vec{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_2}{r_2^2} \vec{r}_2 + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_n}{r_n^2} \vec{r}_n$$

$$\vec{F}_e = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1^2} \vec{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \vec{r}_2 + \dots + \frac{q_n}{r_n^2} \vec{r}_n \right)$$

## Sistema de N cargas puntuales

$$\vec{F}_e = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{r}_i = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

## Ejemplo:

$q_1$  y  $q_2$  ambas positivas con  $q_1 = 2q_2$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

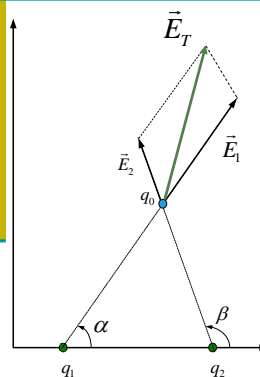
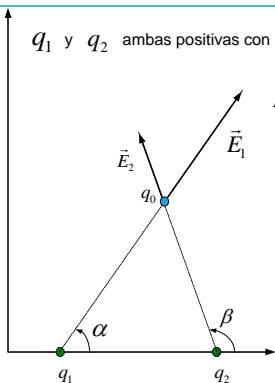
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{1y} \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_{2x} + \vec{E}_{2y}$$

$$\vec{E}_{1x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \text{sen} \alpha \vec{i}$$

$$\vec{E}_{1y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \text{cos} \alpha \vec{j}$$

$$\vec{E}_{2x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} \text{sen} \beta \vec{i}$$

$$\vec{E}_{2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} \text{cos} \beta \vec{j}$$



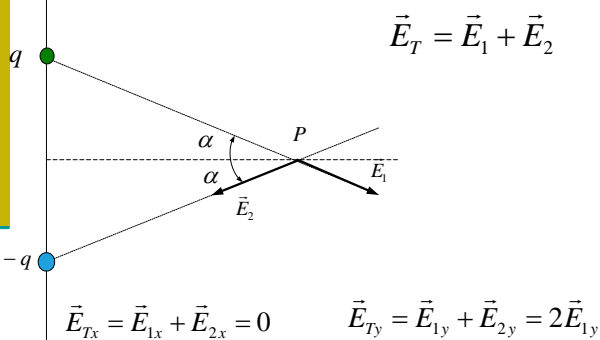
$$\vec{E}_{Tx} = \vec{E}_{1x} + \vec{E}_{2x}$$

$$\vec{E}_{Ty} = \vec{E}_{1y} + \vec{E}_{2y}$$

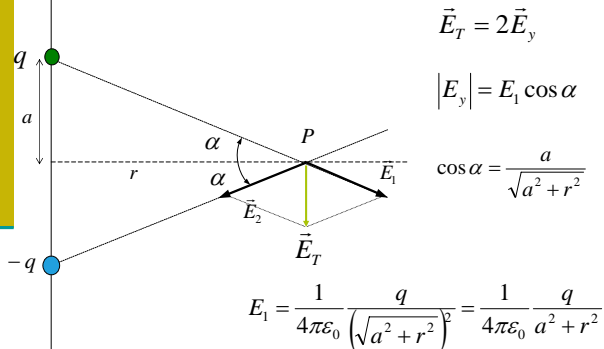
$$|E_T| = \sqrt{|E_x|^2 + |E_y|^2}$$

$$\delta = \arctg \frac{E_x}{E_y}$$

## Dipolo eléctrico



## Dipolo eléctrico



## Dipolo eléctrico

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(\sqrt{a^2 + r^2})^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + r^2}$$

$$E_T = 2E_y = 2E_1 \cos \alpha = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + r^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}}$$

$$E_T = \frac{2aq}{4\pi\epsilon_0 (a^2 + r^2)^{3/2}} \quad r \gg a \Rightarrow E_T \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2aq}{r^3}$$

Llamamos a  $\rho = 2aq$  momento de dipolo eléctrico

## Dipolo eléctrico

$$E_T \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{r^3}$$

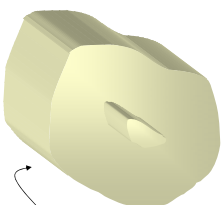
Vemos entonces que para el dipolo eléctrico el campo eléctrico

varia  $E_T \propto \frac{1}{r^3}$

Mientras que para la carga eléctrica lo hace

$$E_T \cong \frac{1}{r^2}$$

## Distribuciones de Carga



$$\Delta q_i \rightarrow \Delta \vec{F}_i \rightarrow \Delta \vec{E}_i$$

$$\Delta \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

$\Delta q$

## Distribuciones de Carga

$$\Delta q_i \rightarrow 0$$

$$\Delta \vec{E}_i \rightarrow d\vec{E}_i$$

$$d\vec{E}_i = \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \vec{r}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq_i}{r_i^2} \vec{r}_i$$

$$\vec{E} = \int_V d\vec{E}_i = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{r}$$

## Distribuciones continuas de carga

Para una densidad volumétrica de carga  $\rho$  será

$$dq = \rho(r)dV \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(r)}{r^2} dV$$

Para una densidad superficial de carga  $\sigma$  será

$$dq = \sigma(r)dS \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(r)}{r^2} dS$$

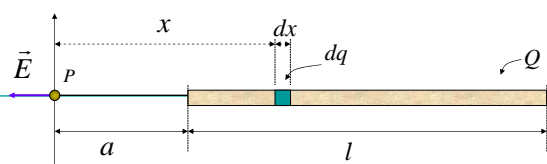
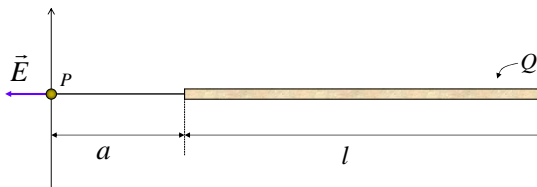
Para una densidad lineal de carga  $\lambda$  será

$$dq = \lambda(r)dL \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda(r)}{r^2} dL$$

## Distribuciones continuas de carga

### Ejemplo: Campo eléctrico de una varilla cargada

Una varilla de longitud  $l$  está cargada con una densidad lineal de carga  $\lambda$  uniforme, siendo la carga total  $Q$ . Calcularemos el campo eléctrico en un punto  $P$  situado a lo largo del eje de la varilla, a una distancia  $a$  de un extremo.



$$dq = \lambda dx \quad dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{x^2}$$

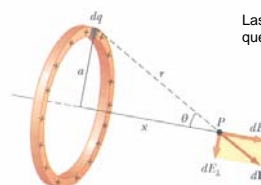
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{l+a} \frac{dx}{x^2} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{x} \right]_a^{l+a} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{l+a} \right)$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{l}{a(l+a)}$$

Si  $a \gg l \Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{l}{a^2}$

## Campo eléctrico de un anillo cargado uniformemente

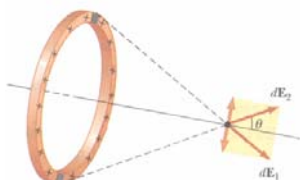
Un anillo de radio  $a$  está cargado positivamente de manera uniforme, con una carga total  $Q$ . Calcularemos el campo eléctrico en un punto  $P$  situado sobre el eje del anillo a una distancia  $x$  del centro del mismo.



Las componentes en Y se anulan, solo quedan componentes en X.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

## Campo eléctrico de un anillo cargado uniformemente



$$dE_{1y} = -dE_{2y}$$

$$E_y = 0$$

$$dE_x = dE \cos \theta$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_x$$

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{xdq}{r^3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

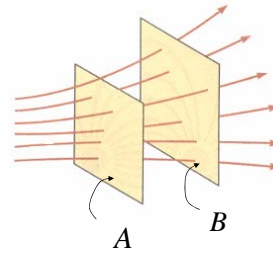
$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq \Rightarrow$$

$$E_x = \int_0^Q dE_x = \int_0^Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

## Líneas de Campo Eléctrico

- Es una representación grafica, no son reales, permiten visualizar el campo eléctrico.
- El vector del campo eléctrico es tangente a la línea de campo eléctrico en cada punto
- El número de líneas de campo eléctrico por unidad de superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo en esa región del espacio
- En donde las líneas están muy cercanas, el campo es grande y en donde están separadas es pequeño.

## Líneas de Campo Eléctrico

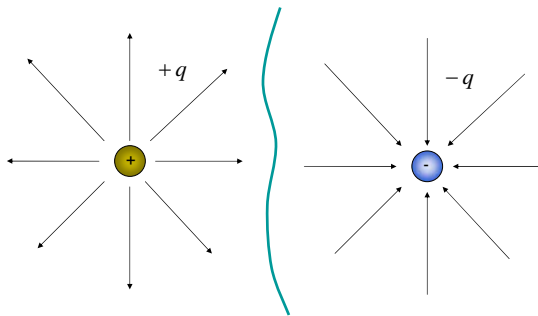


La misma cantidad de líneas atraviesan las superficie  $A$  y  $B$

Pero los efectos del campo eléctrico son mayores en la superficie  $A$  ya que hay mayor densidad de líneas de campo

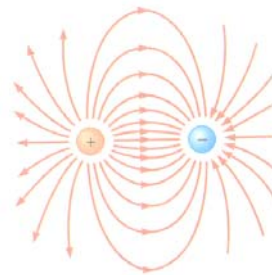
## Líneas de Campo Eléctrico

- Líneas de campo eléctrico de una carga puntual



## Líneas de Campo Eléctrico

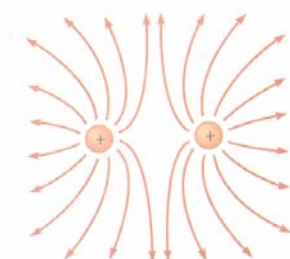
- Líneas de campo eléctrico de un dipolo eléctrico



Las líneas de campo salen de la carga positiva y mueren en la carga negativa, el espacio entre las dos cargas tiene mayor campo eléctrico

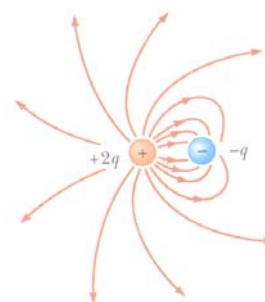
## Líneas de Campo Eléctrico

- Líneas de campo eléctrico de dos cargas puntuales positivas



En el espacio entre las dos cargas el campo eléctrico total es nulo

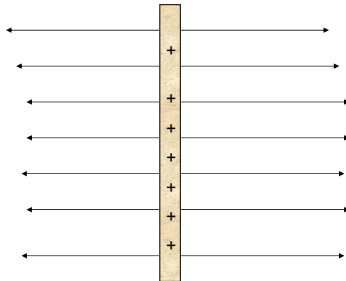
## Líneas de Campo Eléctrico



La carga positiva es el doble de la carga negativa

## Líneas de Campo Eléctrico

- Una varilla larga cargada



Para una varilla cargada uniformemente el campo es normal a la varilla y constante

## Movimiento de una partícula cargada en un campo eléctrico uniforme

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\vec{E} = cte \Rightarrow \vec{a} = cte$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$$

$$v = at = \frac{qE}{m} t$$

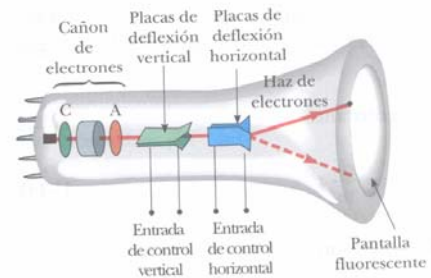
## Movimiento de una partícula cargada en un campo eléctrico uniforme



$$\vec{a} = \vec{a}_y = -\frac{eE}{m} \vec{j}$$

$$v_x = v_{ix} = cte \quad y = v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{eE}{m} t^2$$

## Tubo de rayos catódicos (TRC)



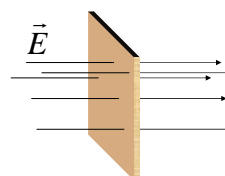
## Flujo de Campo Eléctrico

- Este concepto se origina en la Teoría de los Fluidos, donde flujo significa la rapidez con que un fluido pasa a través de una superficie imaginaria.
- El flujo de un campo vectorial  $\Phi$  involucra: el campo vectorial y una superficie en la cual el flujo es evaluado.
- Para obtener el flujo a través de una superficie representamos a la superficie mediante el vector superficie
- Para una superficie plana el vector superficie tendrá un modulo igual al área de la superficie  $|\Delta S|$  y como dirección perpendicular a esta superficie

## Flujo de Campo Eléctrico

- El flujo será el producto escalar entre ambos vectores

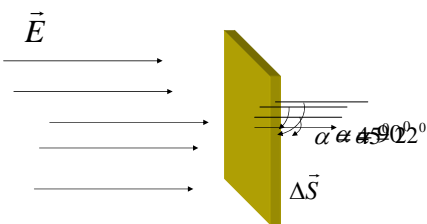
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta \vec{S} = E * \Delta S * \cos \alpha$$



Si  $\vec{E} = cte$   
 $\Delta S = cte$   
 $\alpha = 90^\circ$

$$\Phi_E = \Delta S * E$$

## Flujo de Campo Eléctrico



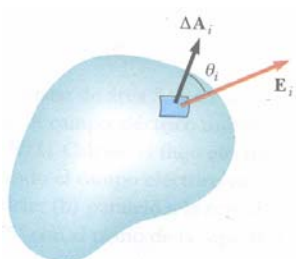
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta \vec{S} = E \cdot \Delta S \cdot \cos 90^\circ = 0$$

## Flujo de Campo Eléctrico

- Si la superficie es curva o el campo eléctrico varía punto a punto sobre la superficie, el flujo se obtiene dividiendo la superficie en pequeños elementos, tan pequeños que puedan considerarse planos, y que el campo eléctrico no varíe en su superficie
- El flujo total será la suma de todas las contribuciones de flujo a través de cada uno de los elementos de superficie

$$\Phi_{E_T} = \sum_{i=1}^n \Phi_{E_i}$$

## Flujo de Campo Eléctrico



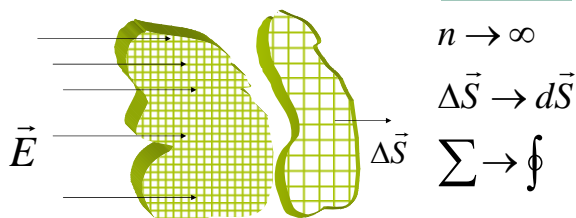
$$\Phi_{E_T} = \sum_{i=1}^n \Phi_{E_i}$$

## Flujo de Campo Eléctrico

- En el límite en que el tamaño de cada elemento se aproxima a cero y el número de elementos a infinito, la suma se convierte en una integral

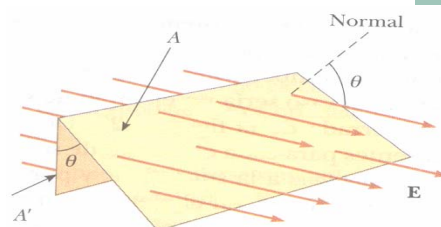
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

## Flujo de Campo Eléctrico



$$\Phi_E = \sum_{i=1}^n \Phi_{E_i} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \vec{E} \cdot \Delta \vec{S} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

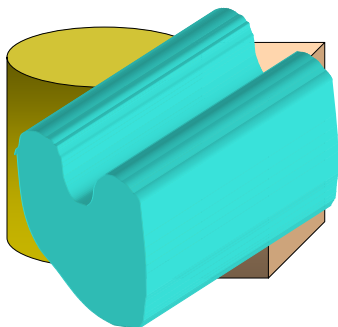
## Flujo de Campo Eléctrico



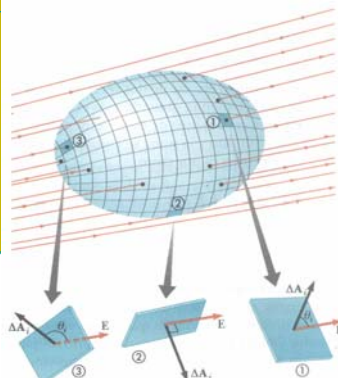
$$\Phi_{E_2} = \vec{E} \cdot \vec{A} = E \cdot A \cdot \cos \theta \quad \Phi_{E_1} = \vec{E} \cdot \vec{A}' = E \cdot A' \cdot \cos \theta$$

$$\Phi_{E_1} = -\Phi_{E_2} \quad \Phi_{E_T} = \Phi_{E_1} + \Phi_{E_2} = 0$$

## Superficie Cerrada

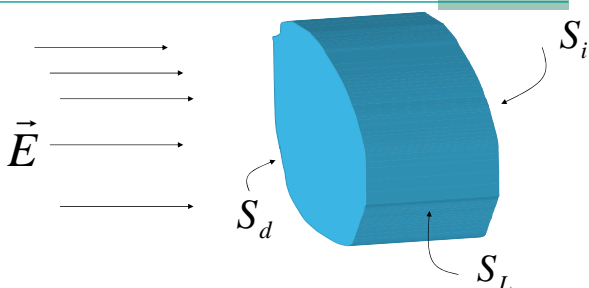


## Flujo de Campo Eléctrico



$$\Phi E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E \cdot dS \cdot \cos \theta$$

## Flujo de Campo eléctrico



## Flujo de Campo eléctrico

$$\begin{aligned} \Phi E_T &= \Phi E_{S_i} + \Phi E_{S_d} + \Phi E_{S_L} \\ \Phi E_{S_d} &= \vec{E} \cdot \vec{S}_d = E \cdot S_d \cdot \cos 180^\circ = -E \cdot S_d \\ \Phi E_{S_i} &= \vec{E} \cdot \vec{S}_i = E \cdot S_i \cdot \cos 0^\circ = E \cdot S_i \\ \Phi E_{S_L} &= \vec{E} \cdot \vec{S}_L = E \cdot S_L \cdot \cos 90^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$\Phi E_T = \Phi E_{S_i} + \Phi E_{S_d} + \Phi E_{S_L} = E \cdot S + 0 - E \cdot S = 0$$

$$\Phi E_T = 0$$

## Ley de Gauss

- La ley de Gauss puede ser enunciada de la siguiente manera: el flujo eléctrico  $\Phi E$  a través de una superficie cerrada arbitraria es proporcional a la carga neta encerrada.

$$\Phi E \propto \sum q \quad \text{Para la igualdad será}$$

$$\Phi E = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \Rightarrow \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

## Ley de Gauss

- Resumiendo la ley de Gauss dice que "el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada arbitraria es igual a la carga neta encerrada por dicha superficie dividida por  $\epsilon_0$ "

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

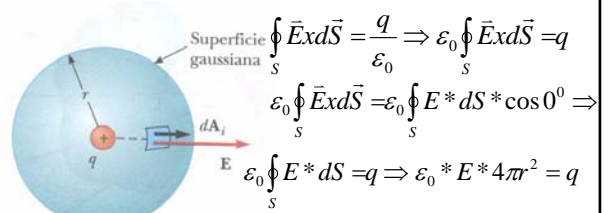


## Ley de Gauss

- Donde la superficie cerrada (superficie gaussiana) puede tener cualquier forma y tamaño y el término  $\sum q$  representa la carga neta contenida en el volumen que encierra la superficie.

El seleccionar la forma y el tamaño adecuados de una superficie gaussiana es una de las claves principales para la utilización correcta de la Ley de Gauss. Es muy útil para situaciones de alta simetría

## Ley de Gauss y Ley de Coulomb



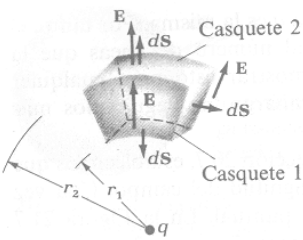
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$$

$$\epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 \oint_S E^* dS \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow$$

$$\epsilon_0 \oint_S E^* dS = q \Rightarrow \epsilon_0 \cdot E^* \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad F_e = q_0 E \Rightarrow F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^* q_0}{r^2}$$

## Ley de Gauss

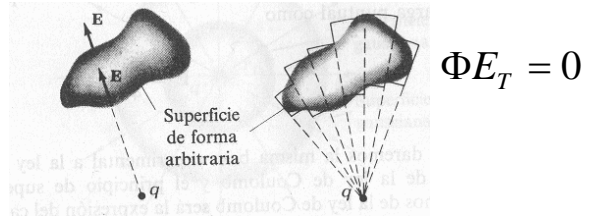


- El campo eléctrico está creado por una partícula cargada exterior al bloque.
- La superficie cerrada está formada por dos casquetes esféricos con cuatro planos radiales alineados radialmente con la partícula.

Como los dos casquetes están limitados por el mismo plano radial, la relación entre el área de cada uno es igual a la relación entre el cuadrado de sus radios, es decir  $\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

## Ley de Gauss

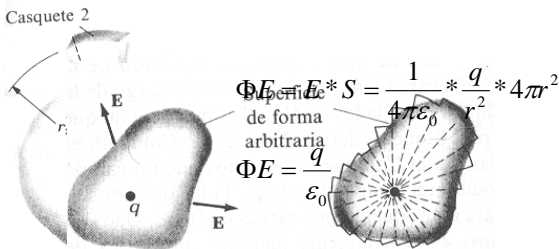
- El flujo neto es cero, ya que el flujo que atraviesa el casquete interior es el que también atraviesa el casquete exterior, pero cambiado de signo
- Una superficie de cualquier forma puede ser construida con un número infinito de casquetes esféricos y lados planos radiales de tamaño infinitesimal



$$\Phi E_T = 0$$

## Ley de Gauss

- Flujo a través de una superficie arbitraria debido a una partícula cargada interior



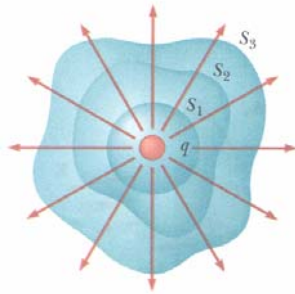
$$\Phi E = E^* \cdot S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

## Ley de Gauss

- Como el valor de es independiente del radio de la esfera, el flujo será el mismo para una esfera de cualquier radio.
- Por otra parte, cualquier superficie de forma arbitraria puede obtenerse como límite de un número infinito de casquetes esféricos y planos radiales infinitesimales, entonces podemos afirmar que el flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana de forma arbitraria debido a una partícula cargada encerrada en su interior será siempre:

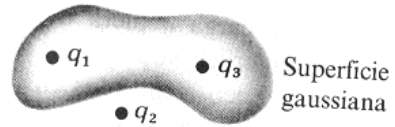
$$\Phi E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

## Ley de Gauss



- Superficies cerradas de varias formas que encierran una carga
- El flujo eléctrico neto a través de cualquiera de ellas es el mismo

## Ley de Gauss



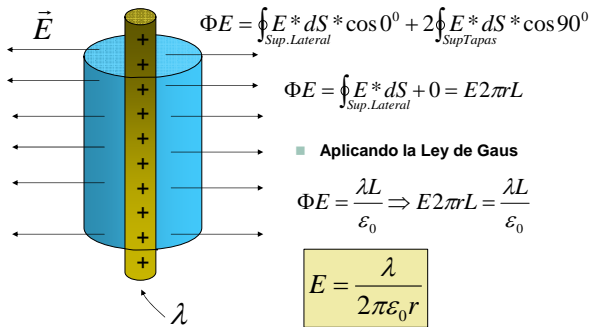
$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$\Phi_{\vec{E}_T} = \oint_S \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} + \oint_S \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} + \oint_S \vec{E}_3 \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi E = \frac{q_1}{\epsilon_0} + 0 + \frac{q_2}{\epsilon_0} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

## Ley de Gauss

- Campo debido a una distribución lineal de cargas



## Propiedades electrostáticas de un conductor

- En electrostática,  $\vec{E} = 0$  es dentro del conductor.
- No puede haber exceso de carga en ningún punto interior del conductor: la densidad de carga volumétrica debe ser cero para cualquier parte del conductor.
 
$$\rho = 0$$
- Si la carga neta no puede estar dentro del conductor significa que las cargas se ubican en la superficie, y distribuidas de manera que en el interior del conductor el campo eléctrico se anule
- En el interior del conductor

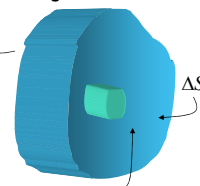
$$Q = 0 \Rightarrow \Phi E = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$$

## Propiedades electrostáticas de un conductor

- En la zona exterior inmediata a la superficie el campo eléctrico debe ser perpendicular a ella, dado que si tuviera una componente tangencial, la misma provocaría que las cargas superficiales se moviesen en respuesta a la fuerza tangencial resultante.
- Por tanto, en un conductor en equilibrio en su superficie el campo es perpendicular. La dirección del campo será hacia fuera si las cargas superficiales son positivas, caso contrario, hacia adentro.

## Propiedades electrostáticas de un conductor

Conductor cargado



- El campo eléctrico debido a un conductor cargado será entonces
- Aplicando la Ley de Gauss

$$\Phi E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi E = \oint_S E \cdot d\vec{S} = \oint_{Sup.T.Exterior} E \cdot d\vec{S} + \oint_{Sup.Lateral} E \cdot d\vec{S} + \oint_{Sup.T.Interior} E \cdot d\vec{S} = \oint_{Sup.T.Exterior} E \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$