Unidad 2

Potencial Eléctrico - Capacidad

Introducción

- Hasta ahora vimos que el efecto de una distribución de cargas puede describirse usando el concepto de campo eléctrico producido por esa distribución.
- El campo eléctrico esta definido por la fuerza eléctrica, por unidad de carga y como la fuerza es un vector, el campo también lo es .

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

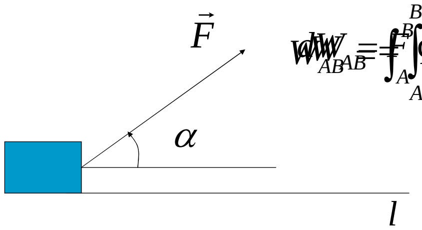
Introducción

- Vamos a introducir otro tipo de campo llamado ***potencial eléctrico o potencial***
- Definimos el potencial V como la energía potencial por unidad de carga,
- Como la energía es un escalar , el potencial también lo será.
- La relación entre V y $\vec{E}$ es análoga a la que existe entre una fuerza conservativa y la energía potencial que lleva asociada.

Sistemas Conservativos

- Al igual que en el estudio de la mecánico, resulta útil con frecuencia razonar en términos del trabajo realizado por las fuerzas eléctricas, y además el concepto de energía potencial constituye una importante ayuda para entender el comportamiento de las cargas eléctricas.
- *La integral de línea o integral sobre una trayectoria o camino* representa un concepto muy importante en temas relacionados con el trabajo que realiza una fuerza .

Sistemas Conservativos



$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B F \cos\alpha \, dl$$

Sistemas Conservativos

- La integral en el caso del trabajo se debe hacer a lo largo de toda la trayectoria.
- Las integrales de línea y los conceptos de trabajo son muy importantes cuando se trabaja con sistemas *conservativos.*
- Se dice que un campo es conservativo porque se conserva la energía asociada con la posición.
- Así el trabajo que es necesario para mover un cuerpo es independiente del camino seguido y además podemos recuperar toda la energía invertida permitiendo que el cuerpo vuelva al punto de partida.
- Esta energía almacenada en virtud de la posición, se llama *energía potencial.*

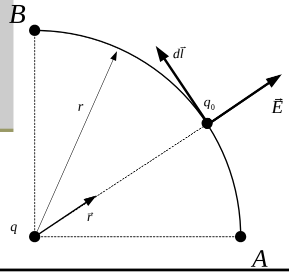
Sistemas Conservativos

- El requisito para que un sistema sea conservativo es precisamente que la energía potencial de un cuerpo en el campo quede definida exclusivamente por su posición.
- Este requisito se cumple si el trabajo exterior para mover un cuerpo de un punto a otro es independiente del camino seguido entre dos puntos.
- Solo con esta condición será único el trabajo necesario para llevar el cuerpo de una posición determinada desde un punto de referencia y por lo tanto solo en este caso quedará la energía potencial definida unívocamente.
- Vamos a ver que cualquier posible distribución espacial de campo eléctrico debido a cargas en reposo, constituye un campo conservativo

Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de una carga puntual.

Vemos el trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando una carga q_0 se mueve en el campo creado por otra carga puntual, q

El camino es un arco centrado en la carga puntual desde el punto A hasta el punto B



$$\vec{F} = q_0\vec{E}$$

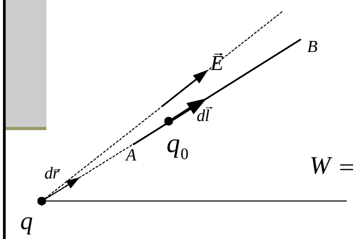
$$W = \int_A^B \vec{F}x d\vec{l} = q_0\int_A^B \vec{E}x d\vec{l}$$

$$W = q_0\int_A^B Edl\cos 90^0 = 0$$

$$\boxed{W = 0}$$

Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de una carga puntual.

Veamos ahora una situación similar a la anterior, pero la carga sigue un camino radial entre el punto A y el punto B



$$\vec{F} = q_0\vec{E}$$

$$W = \int_A^B \vec{F}x d\vec{l} = q_0\int_A^B \vec{E}x d\vec{l}$$

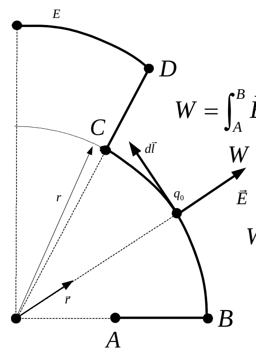
$$d\vec{l} = d\vec{r}$$

$$W = q_0\int_{r_a}^{r_b} \vec{E}d\vec{r} = q_0\int_{r_a}^{r_b} Edr\cos 0^0$$

$$W = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r^2}$$

$$\boxed{W = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)}$$

Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de una carga puntual



$$W = \int_A^B \vec{F}x d\vec{l} = q_0\int_A^B \vec{E}x d\vec{l}$$

$$W = \int_A^B \vec{E}x d\vec{l} + \int_B^C \vec{E}x d\vec{l} + \int_C^D \vec{E}x d\vec{l} + \int_D^E \vec{E}x d\vec{l}$$

$$W = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) + 0 + \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_d}\right) + 0$$

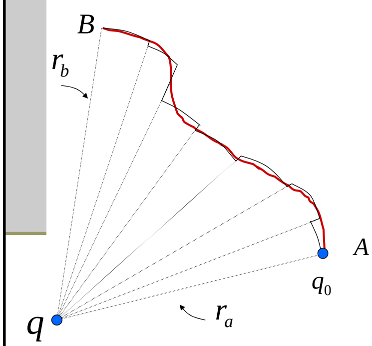
$$\boxed{W = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_d}\right)}$$

Como $r_b = r_c$

Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de una carga puntual

- Cualquier camino de forma arbitraria puede ser descompuesto en una superposición sucesiva de pequeños tramos radiales más tramos de arcos circulares centrados en la carga.
- De manera tal que cuando la partícula se mueva de un punto A hasta un punto B, a lo largo de un camino de forma arbitraria, el trabajo realizado por la fuerza eléctrica en los trozos infinitesimales de arco es cero y el trabajo total es la suma de las contribuciones de los tramos radiales infinitesimales.

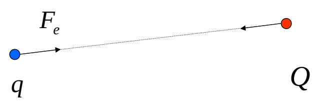
Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de una carga puntual



$$\boxed{W = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_d}\right)}$$

Energía potencial eléctrica

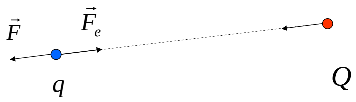
- La idea de energía potencial, como forma de energía asociada a la **posición** de los cuerpos, está presente también en los campos eléctricos.
- Así, una carga q negativa situada en un punto P a una distancia r de otra carga central positiva Q acumula en esa posición una cierta energía potencial, energía que podría liberarse si se dejara en libertad, ya que se desplazaría hacia Q por efecto de la fuerza atractiva.



Energía potencial eléctrica

- Situarla de nuevo en la posición inicial supondría la realización de un trabajo en contra de la fuerza atractiva ejercida por Q
- Este trabajo exterior a las fuerzas del campo se invierte precisamente en aumentar su energía potencial E_p y puede escribirse en la forma

$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{F} x d\vec{l}$$



Energía potencial eléctrica

$$\vec{F}_e = -\vec{F}$$

$$U_b - U_a = -\int_a^b \vec{F} x d\vec{l} = \int_a^b \vec{F}_e x d\vec{l} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

$$U(r) = 0 \quad r \to \infty$$

$$U(r) = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Tengamos presente que solo podemos hablar de variaciones de energía potencial

$$U(\infty) = 0$$

Seleccionamos una posición para la cual definamos como de energía potencial cero. De esta forma podemos definir la energía potencial de un punto.

Es decir tomamos la energía potencial igual a cero cuando las partículas están tan separadas, que los efectos eléctricos de una sobre la otra son despreciables $U(r)$

Energía potencial eléctrica

$$U(r) = -\int_\infty^r \vec{F} x d\vec{l}$$

Decimos entonces que $U(r)$, *es el trabajo realizado por un agente externo contra la fuerza eléctrica cuando una partícula de prueba se lleva desde un punto muy lejano hasta un punto separado una distancia* r *de la carga puntual*

Energía potencial eléctrica

- **Energía potencial de una partícula de prueba en el campo de varias cargas puntuales.**

$$\vec{F} = q_0 x\vec{E} = q_0 x(\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$\int_a^b \vec{F} x d\vec{l} = \int_a^b q_0(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) x d\vec{l} = q_0\left[\int_a^b \vec{E}_1 x d\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_2 x d\vec{l}\right]$$

$$U(\infty) = 0 \qquad U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$\boxed{U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{i}\frac{q_i}{r_i}}$$

Potencial eléctrico

- **La energía potencial eléctrica es proporcional a la carga** q_0
- **Para poder independizarnos, dividimos energía potencial eléctrica la carga y obtenemos una cantidad que llamaremos por definición** ***potencial eléctrico*** (V)

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0}} \qquad [volts] = \frac{[joule]}{[coulomb]}$$

Potencial eléctrico

- **Potencial producido por partículas cargadas**

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{n=1}^{i}\frac{q_i}{r_i}$$

Para una sola carga será

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potencial eléctrico

- **Potencial producido por una distribución continúas de carga**

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lim\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}$$

$$N \to \infty \qquad qi \to 0$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

Diferencia de potencial

- La diferencia de potencial a partir de la diferencia de energía potencial para una partícula cargada, cuando se mueve entre los puntos será

$$V_b - V_a = \frac{U_b - U_a}{q_0}$$

$$U_b - U_a = -q_0\int_a^b \vec{E}xd\vec{l}$$

$$\boxed{V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}xd\vec{l}}$$

Relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial

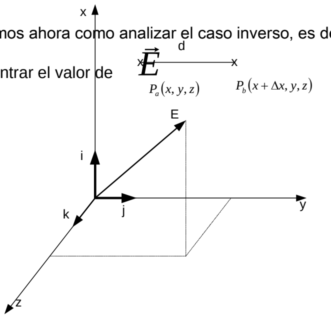
$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}xd\vec{l}$$

$$a \to \infty \Rightarrow V_a = V_\infty = 0 \qquad b \equiv P \Rightarrow V_b = V(P) = V$$

$$\boxed{V = -\int_\infty^P \vec{E}xd\vec{l}}$$

Relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial

Veamos ahora como analizar el caso inverso, es decir conocido V encontrar el valor de $\vec{E}$



$$Pa(x,y,z)$$

$$Pb(x+\Delta x,y,z)$$

Relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial

$$Pa(x,y,z) \qquad Pb(x+\Delta x,y,z)$$

$$V(x,y,z) - V(x+\Delta x,y,z) = -\int_x^{x+\Delta x}\vec{E}xd\vec{l}$$

$$\frac{V(x,y,z) - V(x+\Delta x,y,z)}{\Delta x} \cong -E_x$$

$$\Delta x \to 0$$

$$\vec{E}xd\vec{l} = (E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k})xdx\vec{i} = E_x dx$$

$$\lim\frac{V(x,y,z) - V(x+\Delta x,y,z)}{\Delta x} = -E_x$$

$$\Delta x \to 0 \Rightarrow E_x = cte$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -E_x$$

$$V(x,y,z) - V(x+\Delta x,y,z) = -\int_x^{x+\Delta x} E_x x \cong -E_x\Delta x$$

realizando el mismo análisis para los otros ejes, será

Relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -E_z \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = -E_x \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = -E_y$$

- **La componentes de están dadas por las derivadas parciales cambiadas de signo**.
- **Si conocemos la expresión de V para una distribución de cargas, podemos conocer el campo eléctrico $\vec{E}$ a través de estas ecuaciones.**
- **Matemáticamente estas ecuaciones definen la función gradiente,**

$$\boxed{\vec{E} = \vec{\nabla} V}$$

Relación entre el campo eléctrico y la diferencia de potencial

- Vemos el caso particular de una distribución de cargas que posee simetría esférica
- V dependerá únicamente de la coordenada radial r
- El campo eléctrico tendrá solamente radial E_r

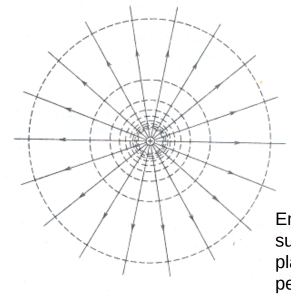
$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

$$\boxed{E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}} \ldots \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d}{dr}\frac{1}{r} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r^2}\right) =$$

Superficies equipotenciales

- Una superficie equipotencial es aquella en la que el potencial es constante.
- Debido a esto, cuando partícula se mueve a lo largo de una superficie equipotencial las fuerzas eléctricas no realizan trabajo alguno.
- Al igual que las líneas de campo sirven para visualizar el campo, las superficies equipotenciales son útiles para visualizar el comportamiento espacial del potencial.

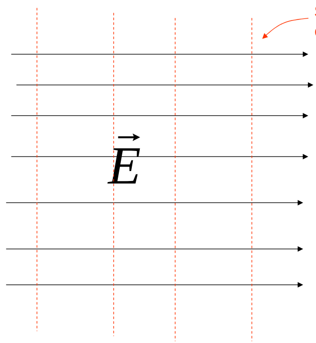
Superficies equipotenciales



$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

En un campo uniforme las superficies equipotenciales son planos paralelos entre si y perpendiculares a la dirección del campo

Superficies equipotenciales



Superficies equipotenciales

Las líneas de campo son perpendiculares a superficies equipotenciales que cruzan.

OTRAS PROPIEDADES ELECTROSTATICAS DE LOS CONDUCTORES

Capacidad y Capacitores: Introducción

- El condesandor o capacitor es uno de los diferentes dispositivos que se utilizan en los circuitos eléctricos y electrónicos.
- Están hechos para almacenar y ceder energía eléctrica de acuerdo con las necesidades de cada circuito.
- *La propiedad que caracteriza las posibilidades de almacenamiento de energía de un condensador es su capacidad eléctrica.*

Capacidad y Capacitores: Introducción

- Cuando se almacena energía en un condensador aparece un campo eléctrico en su interior. Esta energía almacenada puede asociarse al campo eléctrico.
- Todo campo eléctrico lleva asociada una energía.
- El estudio de los condensadores y la capacidad nos acerca a un importante aspecto de los campos eléctricos: *la energía de un campo eléctrico*

Capacidad y Capacitores: Introducción

- Debemos tener presente la importancia de los *campos* para entender los fenómenos naturales. Se puede usar un condensador para establecer configuraciones de campo eléctrico deseadas con diversas finalidades
- Debido a que los condensadores pueden confinar fuertes campos eléctricos en pequeños volúmenes, pueden servir como dispositivos útiles para almacenar energía.

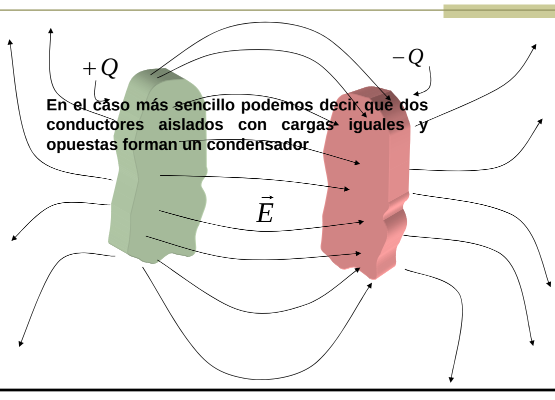
Capacidad y Capacitores: Introducción

- La edad electrónica no podría existir sin los condensadores.
- Se usan, junto con otros aparatos, para reducir fluctuaciones de voltaje en fuentes de poder electrónicas, para transmitir señales pulsantes, para generar oscilaciones electromagnéticas en radiofrecuencia y para lograr retardos de tiempo.
- En la mayoría de estas aplicaciones, la diferencia de potencial entre las placas no es constante, como hasta ahora hemos supuesto, sino que varía el tiempo, a menudo en forma sinusoidal o en forma de pulsaciones.

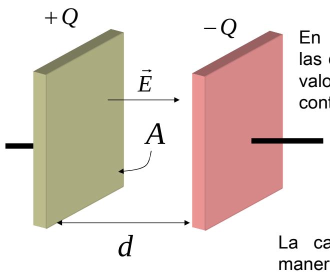
Capacidad y Capacitores

- Un condensador es un dispositivo formado por dos conductores cercanos y aislados entre sí.
- Independientemente de su forma cada uno de los conductores es denominado «placa» del condensador.

Capacidad y Capacitores



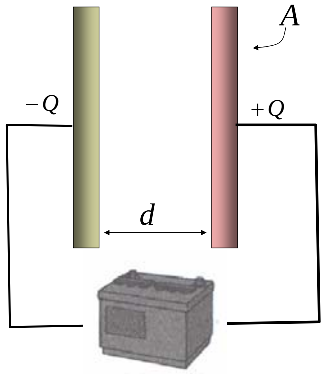
Capacidad y Capacitores:condensador de placas planas paralelas



En su funcionamiento normal, las dos placas poseen el mismo valor de carga pero de signos contrarios.

La carga está distribuida de manera superficial, en su mayor parte sobre las superficies que se encuentran enfrentadas.

Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas



$$C = \frac{Q}{V}$$

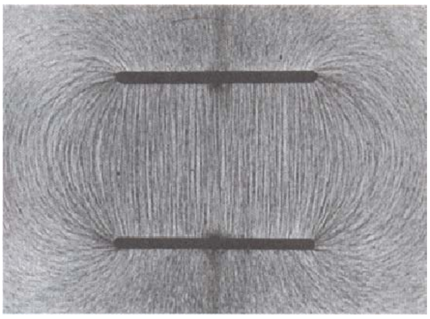
$$[Faradio] = \frac{[coulomb]}{[volts]}$$

$$\mu F = 10^{-6} F$$

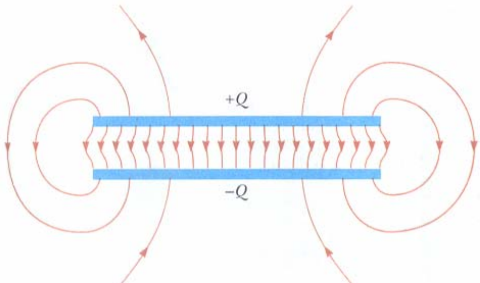
$$\eta F = 10^{-9} F$$

$$pF = 10^{-12} F$$

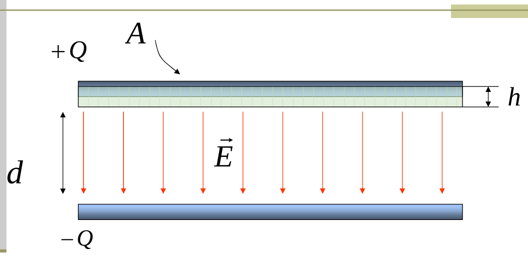
Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas



Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas

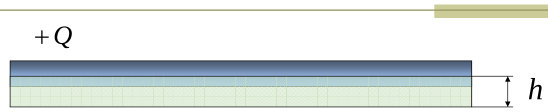


Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas



Podemos calcular la capacitancia de nuestro dispositivo aplicando la ley de Gauss.

Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas



$$\Phi E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \oint_S \vec{E} x d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$$

El trabajo requerido para llevar una carga de prueba de una placa a la otra puede calcularse como:

$$\Phi_E = EA \Rightarrow \Phi_E = EA = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow q = \varepsilon_0 EA$$

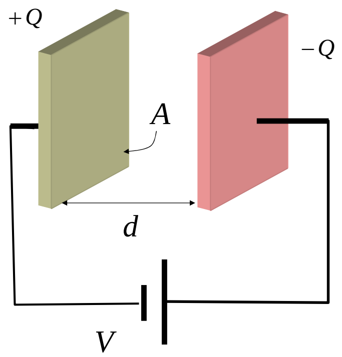
$$V = -\int \vec{E} d\vec{l} \Rightarrow V = -\int \vec{E} d\vec{l} = Ed$$

$$Q = \varepsilon_0 EA$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0 EA}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

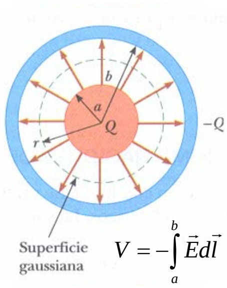
Capacidad y Capacitores: condensador de placas planas paralelas



$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$Q = C * V$$

Capacidad y Capacitores: Condensador cilíndrico



$l >> R_b$

De la ley de Gauss tenemos

$$q = \varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} \Rightarrow q = \varepsilon_0 E(2\pi r l)$$

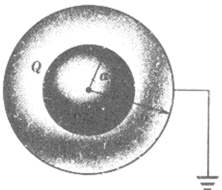
$$V = -\int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} E dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \frac{1}{r} dr =$$

$$V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \ln \frac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$$

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_b}{r_a}}}$$

Capacidad y Capacitores: Condensador esférico



$$V = -\int_a^b \vec{E} d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} E dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr =$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$

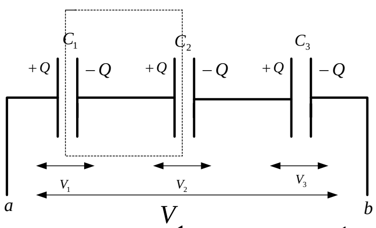
$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)} = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{r_a r_b}{r_b - r_a} \right)$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{r_a r_b}{r_b - r_a} \right)}$$

Condensadores en serie y en paralelo

- Los componentes de los circuitos pueden ser conectados de muy diferentes formas.
- Las más simples de éstas son las conexiones en serie y en paralelo.
- Se dice que un capacitor es el equivalente a un conjunto de capacitores si podemos verificar que el capacitor equivalente puede reemplazar al conjunto de capacitores si alteraciones en el resto del circuito.

Condensadores en serie



$$V_1 = \frac{q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{q}{C_2}$$

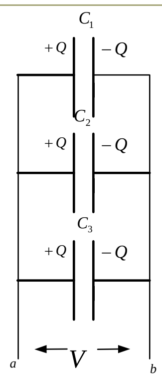
$$V_3 = \frac{q}{C_3}$$

$$C_{eq} = \frac{q}{V}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_n}}$$

Condensadores en paralelo



$$q_1 = C_1 V \qquad q_2 = C_2 V$$

$$q_3 = C_3 V$$

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3$$

$$q_T = C_1 V + C_2 V + C_3 V = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_{eq} = \frac{q_T}{V} \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_n}$$

Energía eléctrica en un condensador

- Cuando se carga un condensador con una batería, la batería realiza un trabajo al transportar portadores de carga desde una placa hasta la otra, elevando así la energía potencial de los portadores.
- Este aumento de la energía potencial de los portadores constituye la energía eléctrica almacenada en un condensador.
- Esta energía es igual al trabajo que fue necesario para cargarlo

$$U = W$$

Energía eléctrica en un condensador

$$t \to \quad q'(t)$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} \qquad V(t) = \frac{q'(t)}{C}$$

$$dq'(t) \to \qquad dW = Vdq = \frac{q'}{C}dq'$$

$$W = \int dW = \int_0^Q Vdq = \int_0^Q \frac{q'}{C}dq' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{QV}{2}$$

Densidad de energía de un campo eléctrico

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad V = Ed$$

Como la energía es proporcional al volumen ocupado por el campo, podemos obtener la densidad de energía (o energía por unidad de volumen)

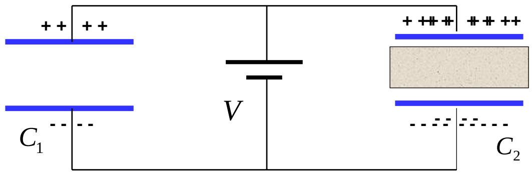
$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

El factor Ad es el volumen que hay entre las placas, que corresponde con el volumen ocupado por el campo eléctrico E

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{\varepsilon_0 E^2 Ad}{2\,Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

Condensador de placas paralelas con dieléctrico

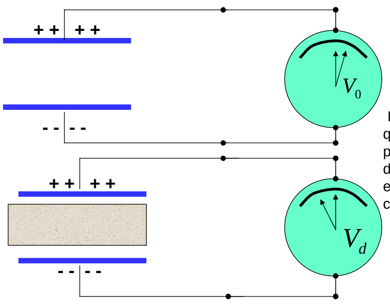


$Q_2 \geq Q_1$ como V es la misma

La relación de la capacitacia con el dieléctrico a la capacitancia sin el dieléctrico se llama **constante dieléctrica del material**

$$C_2 \geq C_1 \qquad K = \frac{C_2}{C_1}$$

Condensador de placas paralelas con dieléctrico



$$V_d < V_0$$

El experimento muestra que la diferencia de potencial entre las placas del condensador de arriba es menor que la del condensador de abajo

$$V_d = \frac{V_0}{K}$$

Condensador de placas paralelas con dieléctrico

- Se llega a la conclusión, de que el efecto del dieléctrico es aumentar la capacidad en un factor K

$K \to$ ***constante dieléctrica***

Material	Constante dieléctrica
Vacío	1
Aire	1,00054
Agua	78
Papel	3.5
Mica	5.4
Dióxido de titanio	100
Titanato de estroncio	250
Titanato de estroncio y bario	10.000

Condensador con dieléctrico

Para un condensador de placas paralelas podemos entonces escribir, como resultado experimental

$$C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d}$$

Para el vacío $K = 1 \quad \Rightarrow \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

La capacitacia de cualquier capacitor podrá escribirse como

$$C = K\varepsilon_0 L$$

$L = \frac{A}{d}$ Condensador placas planas paralelas

$L = \frac{2\pi d}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$ Condensador cilíndrico

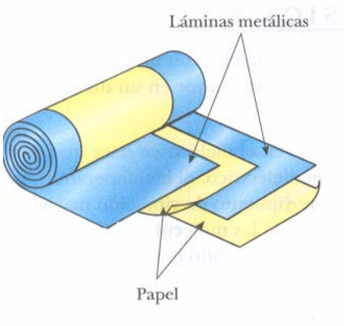
Condensador con dieléctrico

Vemos que ocurre con la energía eléctrica que almacena el dieléctrico.

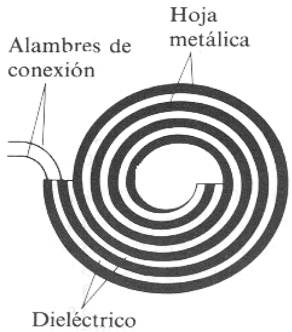
$V_d = \frac{V_0}{K}$ Como $V = \frac{2U}{Q}$

$$K = \frac{V_0}{V_d} = \frac{\frac{2U_0}{Q}}{\frac{2U_d}{Q}} = \frac{U_0}{U} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U = \frac{U_0}{K}}$$

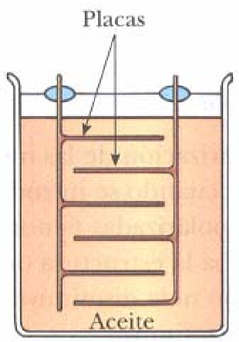
Condensador con dieléctrico



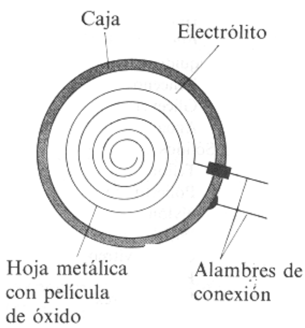
Condensador con dieléctrico



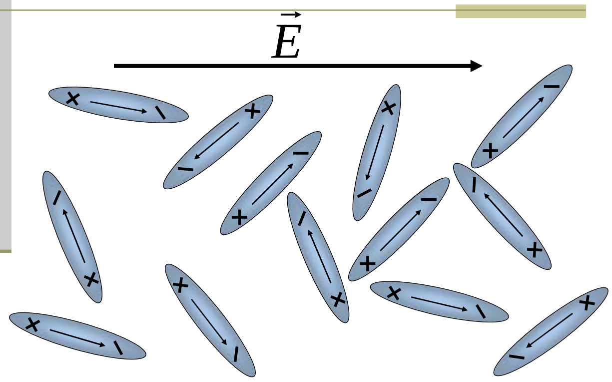
Condensador con dieléctrico



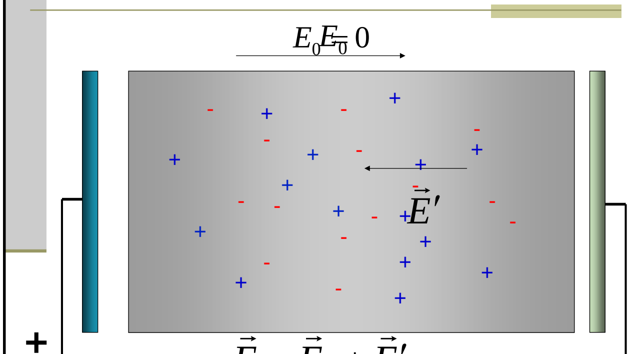
Condensador con dieléctrico



Dieléctricos-Comportamiento de los átomos



Dieléctricos - Comportamiento de los átomos



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Dieléctricos - Comportamiento de los átomos

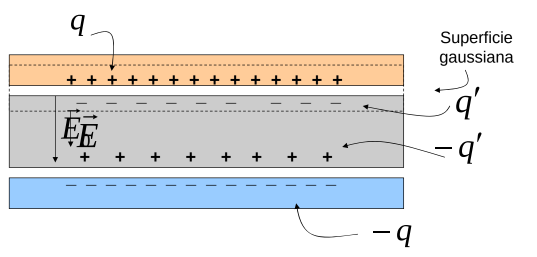
- *Si se coloca un dieléctrico en un campo eléctrico, aparecen cargas superficiales inducidas cuyo efecto es debilitar al campo original dentro del dieléctrico.*

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$V = Ed$$

$$\frac{E_0}{E} = \frac{V_0}{V_d} = K$$

Los dieléctricos y la ley de Gauss



$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} = q - q' \Rightarrow \varepsilon_0 E A = q - q' \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A}$$

Los dieléctricos y la ley de Gauss

Sin dieléctrico el campo es $E_0 = \dfrac{q}{\varepsilon_0 A}$

Con dieléctrico el campo es $E = \dfrac{q - q'}{\varepsilon_0 A}$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} = q - q'$$

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K \varepsilon_0 A} \Rightarrow q' = q\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{K}$$

$$\boxed{\varepsilon_0 \oint K \vec{E} d\vec{S} = q}$$

Tres vectores eléctricos

Para problemas difíciles, tales como el de encontrar en campo eléctrico en el centro de un elipsoide de dieléctrico colocado en un campo eléctrico externo (posiblemente no uniforme), se logra mayor simplificación en el trabajo y mas profunda comprensión de los problemas si introducimos un nuevo formalismo.

$\vec{E} \rightarrow$ **Vector campo eléctrico**

$\vec{P} \rightarrow$ **Vector polarización eléctrica**

$\vec{D} \rightarrow$ **Vector desplazamiento eléctrico**

Tres vectores eléctricos

$$\frac{q}{K\varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{K\varepsilon_0 A} + \frac{q'}{\varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

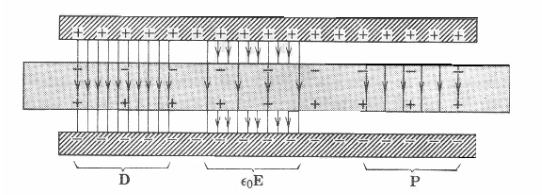
$$\frac{q}{A} = \varepsilon_0\left(\frac{q}{K\varepsilon_0 A}\right) + \frac{q'}{A}$$

Definimos $P = \dfrac{q'}{A}$

Es el campo eléctrico

$$\frac{q}{A} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

Tres vectores eléctricos



$\vec{E}$ Esta relacionado con todas las cargas

$\vec{D}$ Esta relacionado únicamente con las cargas libres

$\vec{P}$ Esta relacionado únicamente con las cargas de polarización

Tres vectores eléctricos

- **Se puede reescribir la Ley de Gauss en presencia de material dieléctrico de la siguiente manera.**

Si a la expresión $\dfrac{q}{A}$ **La multiplico y divido por** $K\varepsilon_0$

$$\underbrace{\frac{q}{A}}_{\vec{D}} = K\varepsilon_0 \underbrace{\left(\frac{q}{K\varepsilon_0 A}\right)}_{\vec{E}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{D} = K\varepsilon_0 \vec{E}}$$

Tres vectores eléctricos

Con respecto a la polarización

$$P = \frac{q'}{A} = \frac{q}{A}\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

Pero $D = \dfrac{q}{A}$

$$\vec{P} = \vec{D}\left(1 - \frac{1}{K}\right) = \vec{D}\left(\frac{K-1}{K}\right) = K\varepsilon_0 \vec{E}\left(\frac{K-1}{K}\right) = \varepsilon_0 (K-1)\vec{E}$$

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 (K-1)\vec{E}}$$

En el vacío $K = 1 \Rightarrow \vec{P} = 0$

Tres vectores eléctricos

La ley de Gauss en presencia de materiales dieléctricos nos quedaba:

$$\varepsilon_0 \oint K\vec{E}d\vec{S} = q$$

Como $\vec{D} = K\varepsilon_0 \vec{E}$ será

$$\boxed{\oint \vec{D}d\vec{S} = q}$$

Donde q son las cargas libres

Tres vectores eléctricos

Nombre	Símbolo	Relacionado con	Condiciones de frontera
Intensidad de campo eléctrico	E	Todas las cargas	Componente tangencial continua
Desplazamiento eléctrico	D	Sólo cargas libres	Componente normal continua
Polarización	P	Solo cargas de polarización	Desaparece en el vació

Tres vectores eléctricos

Ecuación de definición de $\vec{E}$	$\vec{F} = q\vec{E}$
Relación entre los tres vectores	$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
Ley de Gauss cuando hay medios dieléctricos	$\oint \vec{D} d\vec{S} = q$
Relaciones empíricas entre algunos materiales dieléctricos	$\vec{D} = K\varepsilon_0 \vec{E}$ $\vec{P} = (K-1)\varepsilon_0 \vec{E}$