Unidad 3

Corriente eléctrica

Introducción

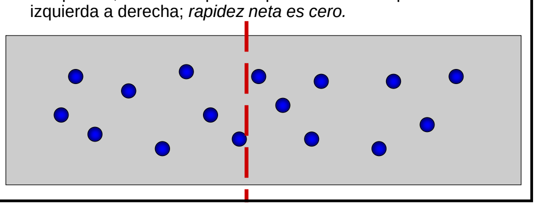
- Hasta ahora hemos tratado la electrostática, es decir los efectos de cargas estacionarias.
- Comenzaremos ahora a considerar el movimiento de los portadores de carga, la conducción eléctrica.
- Ya vimos que el campo eléctrico es nulo en el interior de un conductor.
- Sin embargo, si mantenemos un campo eléctrico distinto de cero en un conductor, por ejemplo conectándolo a una batería o una fuente, los portadores de carga del conductor se moverán, y se establecerá una corriente eléctrica.

Introducción

- Un conductor es un material en el cual algunas de las partículas cargadas se pueden mover libremente, estas partículas son los portadores de carga del conductor.
- Por ejemplo si pensamos en un metal como una estructura de iones positivos localizados en posiciones de red fijas, y entre éstos se distribuyen los electrones libres.
- La carga del conjunto de los electrones libres es igual y opuesta a la carga del conjunto de los iones, resultando un material neutro.
- Los electrones de un metal pueden moverse entre la red de iones, y constituyen los portadores de carga de un metal.

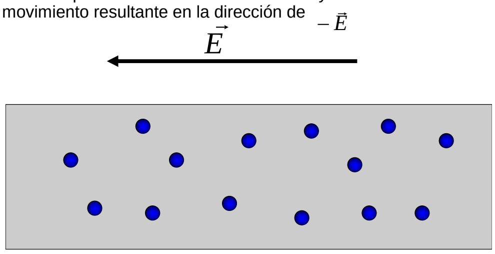
Introducción

- Los electrones libres en un conductor metálico aislado, tal como trozo de alambre de cobre, se encuentran en movimiento irregular
- Si se hace pasar un plano hipotético a través del alambre, la rapidez con la cual pasan electrones a través de él de derecha a izquierda, es misma que la rapidez con la cual pasan de izquierda a derecha; *rapidez neta es cero.*



Introducción

- Si los extremos del alambre se conectan a una batería, se establece campo eléctrico en todos los puntos dentro del alambre.
- Este campo actuará sobre los electrones y les dará un movimiento resultante en la dirección de $-\vec{E}$



Introducción

- Decimos que se ha establecido una *corriente eléctrica* ,si pasa una carga neta por una sección transversal cualquiera del conductor en el tiempo , la corriente, es:

$$i = \frac{q}{t}$$

$$[i] = \frac{[q]}{[t]} = \frac{[coul]}{[seg]} = [Amp]$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Introducción

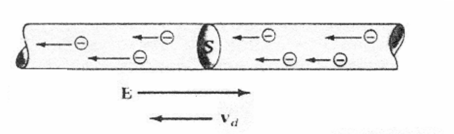
- El campo eléctrico que obra sobre los electrones en un conductor no produce una aceleración *neta,* debido a los choques entre los electrones y los átomos
- Los electrones adquieren una velocidad de arrastre constante media

v_d

- La corriente eléctrica es una magnitud escalar, y aunque no es vectorial, comúnmente se habla de la dirección de una corriente, indicando con esto la dirección en que fluyen los portadores de carga positivos

Introducción

- Una carga positiva que se mueve en una dirección es equivalente, a una carga negativa que se mueve en dirección opuesta
- Por consiguiente, por simplicidad y para establecer a uniformidad algebraica, *suponemos que todos los portadores de carga son positivos y dibujamos las flechas de la corriente en el sentido en que se moverían tales cargas*.

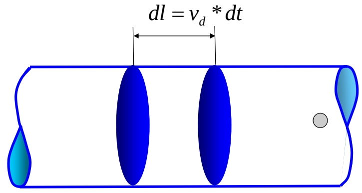


Introducción

- La corriente i es una característica de un conductor dado. Es una magnitud escalar, es una cantidad macroscópica, como la masa de un objeto, o la longitud de varilla.
- Una magnitud microscópica relacionada con la anterior la densidad de corriente Es un vector $\vec{j}$ y es la característica de punto dentro de un conductor; no es la característica del conductor en conjunto.

Velocidad de arrastre.

$dl = v_d * dt$



$$nAdl = nAv_d dt \rightarrow dQ = nAdlq = nAv_d dtq$$

$v_d \rightarrow$ *Velocidad de arrastre*

$n \rightarrow$ *Densidad de portadores*

$A \rightarrow$ *Superficie del conductor*

$$i = \frac{dQ}{dt} = nAv_d q$$

$$\boxed{i = nAv_d q}$$

Densidad de corriente eléctrica

- La corriente eléctrica i caracteriza el flujo de carga a través de la sección perpendicular total de un conductor
- El flujo de carga en puntos del interior de un conductor queda determinado por la densidad de corriente $\vec{j}$
- Es un vector y es la característica de punto dentro de un conductor; no es la característica del conductor en conjunto.
- Si la densidad de corriente es uniforme, el moduló de la densidad de corriente es igual a la corriente dividida por el área de la sección del conductor

Densidad de corriente eléctrica

$$j = \frac{i}{A} \qquad i = nAv_d q$$

$$j = \frac{i}{A} = \frac{nAv_d q}{A} = nv_d q$$

$$\boxed{\vec{j} = n\vec{v}_d q}$$

Densidad de corriente eléctrica

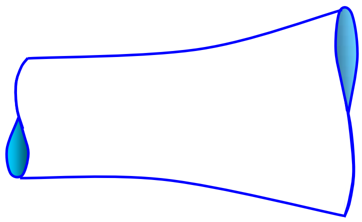
- La densidad de corriente apunta en la misma dirección que v_d para portadores positivos y en contra de v_d para portadores negativos, y por tanto la dirección de $\vec{j}$ coincide con el sentido de la corriente en el alambre.
- Si un conductor posee más de un tipo de portadores de carga, existirá una contribución a $\vec{j}$ por cada tipo de portadores. Si tuviésemos dos tipos de portadores de carga, a y b tendríamos que escribir

$$\vec{j} = n_a \vec{v}_{da} q_a + n_b \vec{v}_{db} q_b$$

Densidad de corriente eléctrica

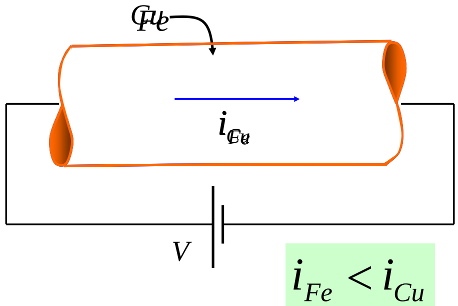
- La ecuación $\vec{j} = n\vec{v}_d q$ es valida para cualquier clase de distribución de corriente.
- La ecuación $j = \frac{i}{A}$ solo lo es aplicable cuando la densidad de corriente es uniforme.

Densidad de corriente eléctrica



$$i = \oint \vec{j}\, d\vec{S}$$

Resistencia, resistividad y conductividad



$$i_{Fe} < i_{Cu}$$

Resistencia, resistividad y conductividad

- Si se aplica la misma diferencia de potencial entre los extremos de una barra de cobre y de una barra de hierro, madera u otro material cualquiera se producen corrientes muy diferentes.
- La característica del conductor que interviene esta diferencia es su resistencia

$$R = \frac{V}{i} \qquad [\Omega(ohm)] = \frac{[Volt]}{[Amp]}$$

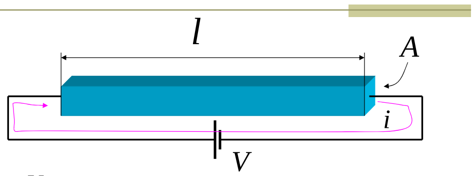
Resistividad

- Relacionado con la resistencia está la *resistividad* , ρ, que es una característica de un material y no de una muestra especial del material.
- Para materiales isótropos, se la define como: $\rho = \frac{E}{j}$
- Pocas propiedades físicas pueden medirse entre márgenes tan amplios de valores

Resistividad

	Resistividad a 20°C ohm-m	Coeficiente de Temperatura	Densidad	Punto de fusión °C
Aluminio	$2.8x10^{-8}$	$3.9x10^{-3}$	2.7	659
Plata	$1.6x10^{-8}$	$3.8x10^{-3}$	10.5	960
Cobre	$1.6x10^{-8}$	$3.9x10^{-3}$	8.9	1080
Hierro	$1.0x10^{-7}$	$5.0x10^{-3}$	7.8	1530
Carbono	$3.5x10^{-5}$	$-5x10^{-4}$	1.9	3500

Resistividad



$$E = \frac{V}{l} \qquad j = \frac{i}{A}$$

$$\rho = \frac{E}{j} = \frac{V/l}{i/A} = \frac{V}{i}\frac{A}{l}$$

$$\rho = R\frac{A}{l} \Rightarrow \boxed{R = \rho\frac{l}{a}}$$

Dependencia de la resistividad de los metales con la temperatura

La resistividad de muchos metales puros varía casi linealmente con la temperatura en un amplio rango de valores de ésta

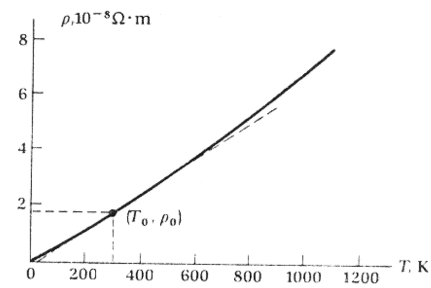
$$\rho \approx \rho_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right]$$

$\rho \rightarrow$ **es la resistividad a la temperatura** T

$\rho_0 \rightarrow$ **es la resistividad a una temperatura** T_0 **de referencia**

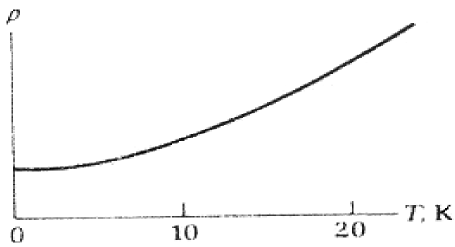
$\alpha \rightarrow$ **coeficiente térmico de la resistividad**

Dependencia de la resistividad de los metales con la temperatura



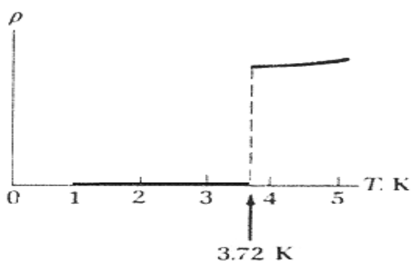
Dependencia de la resistividad de los metales con la temperatura

- La dependencia de la resistividad de los metales con la temperatura altura se aparta claramente de la linealidad a bajas temperaturas, por debajo de 20 K.



Dependencia de la resistividad de los metales con la temperatura

- En algunos metales aparece un hecho sorprendente cuando son enfriados a muy baja temperatura: su resistencia se anula completamente y se conoce como superconductividad.



Ley de OHM

- Para muchos conductores, la corriente a través de un trozo del conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada entre los extremos del mismo.

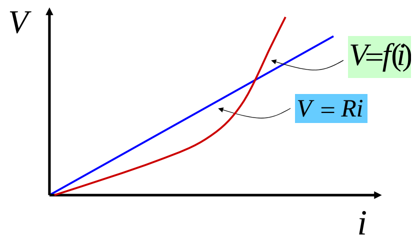
$$V = Ri$$

Los materiales que cumplen la ley de Ohm se denominan óhmicos, y los que no la cumplen no-óhmicos.

Un conductor óhmico se caracteriza por tener un único valor de su resistencia.

Ley de OHM

Material Ohmico



Resistividad - Comportamiento de los átomos

- En un metal, los electrones de valencia no están ligados átomos individuales sino que tiene libertad para moverse dentro la red y se llaman electrones de conducción.
- La distribución de velocidades de los electrones de conducción sólo se puede describir correctamente aplicando la física cuántica
- Para nuestras finalidades basta considerar solamente una velocidad media $\bar{v}$ la cual definiremos

Resistividad - Comportamiento de los átomos

- Los electrones chocan constantemente con los corazones iónicos del conductor, esto es, interactúan con la red, sufriendo a menudo cambios repentinos en la rapidez y dirección
- Se puede describir los choques del electrón con la red mediante un recorrido libre medio λ, siendo esta la distancia media que recorre un electrón entre choques consecutivos,

Resistividad - Comportamiento de los átomos

- Los choques ocurren en los cristales ideales por las siguientes causas:

1 - Los corazones iónicos a cualquier temperatura T están vibrando en torno de sus posiciones de equilibrio en una forma desordenada.

2 - Pueden existir impurezas, esto es, átomos extraños.

3 - Los cristales pueden contener imperfecciones en la red, tales como filas de átomos faltantes y átomos desalineados.

Resistividad - Comportamiento de los átomos

La resistividad de un metal se pueda aumentar de las siguientes maneras:

1 - Elevando su temperatura.

2 - Agregando pequeñas cantidades de impurezas.

3 - Sometiéndolo a esfuerzos severos, para aumentar el número de imperfecciones de la red.

Resistividad - Comportamiento de los átomos

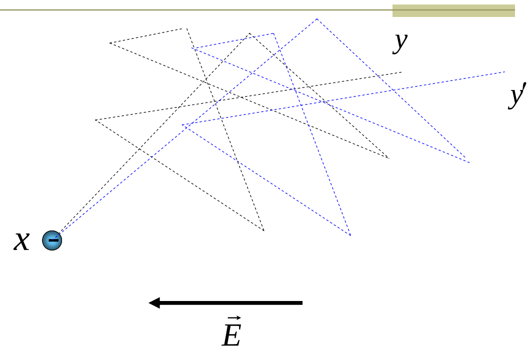
- Cuando se aplica un campo eléctrico a un metal, los electrones modifican su movimiento irregular de tal manera que son arrastrados lentamente en dirección opuesta a la del campo,

  con una velocidad media de arrastre v_d

- Esta velocidad de arrastre es mucho menor que la velocidad

  efectiva media $\bar{v}$

Resistividad - Comportamiento de los átomos



Resistividad - Comportamiento de los átomos

$\vec{F} = e\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$

Velocidad efectiva media $\rightarrow \bar{v}$

Recorrido libre medio $\rightarrow \lambda$

Reemplazando $\bar{v}_d = \frac{e\vec{E}}{m}\left(\frac{\lambda}{\bar{v}}\right)$

Sabemos que $\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{j}}$

Velocidad media de arrastre $\rightarrow v_d$

Por otro lado $\vec{j} = n\bar{v}_d q \rightarrow \bar{v}_d = \frac{\vec{j}}{nq}$

Igualando $\vec{E} = \frac{\vec{j}\, m\bar{v}}{ne^2\lambda}$

$\rho = \frac{\vec{E}}{\vec{j}} = \frac{m\bar{v}}{ne^2\lambda}$

Pero $v_d = \frac{dv}{dt}\, t = a t$, $t = \frac{\lambda}{\bar{v}} \rightarrow v_d = a\left(\frac{\lambda}{\bar{v}}\right)$

$$\boxed{\rho = \frac{m\bar{v}}{ne^2\lambda}}$$

Resistividad - Comportamiento de los átomos

- Esta ecuación se puede considerar como la afirmación de que los metales obedecen la ley de Ohm si es que podemos demostrar que $\bar{v}$ y λ no dependen del campo eléctrico aplicado $\vec{E}$.
- Las cantidades $\bar{v}$ y λ dependen de la distribución de velocidades de los electrones de conducción.
- Se ve que esta distribución queda afectada sólo ligeramente al aplicar un campo eléctrico aun cuando sea relativamente grande.

Resistividad - Comportamiento de los átomos

- Podemos estar seguros de que cualesquiera que sean valores de $\bar{v}$ y λ (por ejemplo para el cobre a 20°C) cuando no hay un campo eléctrico, se conservan casi sin cambio cuando se aplica un campo eléctrico.
- Así pues, nuestra ecuación de ρ es independiente del campo eléctrico $\vec{E}$ y el material obedece la ley de Ohm.
- El cálculo numérico de ρ a partir de esta ecuación se complica por la dificultad de calcular λ

Conducción en semiconductores

- Hasta ahora se dividió los materiales en dos clases dependiendo de su conductividad eléctrica

conductores   aislantes.

Existe un tercer tipo, *los semiconductores*, cuyo comportamiento es distinto a la de los conductores y la de los aislantes.

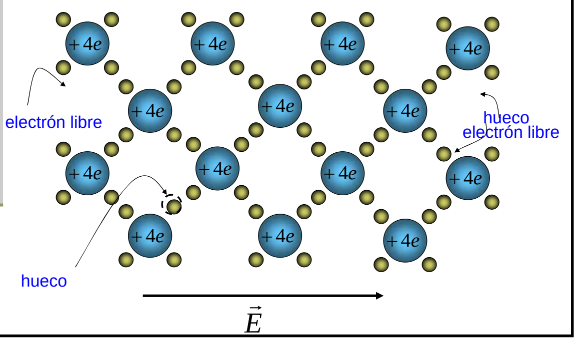
Conducción en semiconductores

- Los semiconductores juegan un papel esencial en la tecnología moderna. Son los materiales usados para fabricar dispositivos electrónicos como diodos, transistores y circuitos integrados.
- La densidad de portadores es el factor clave para controlar la conductividad de un semiconductor

Conducción en semiconductores puros

- Los semiconductores están formados por elementos de las columnas centrales de la tabla periódica, entre los que el silicio es el más común.
- El silicio tiene una valencia 4, y cuando los átomos de este elemento se juntan formando un sólido, cada uno tiene cuatro vecinos más próximos.

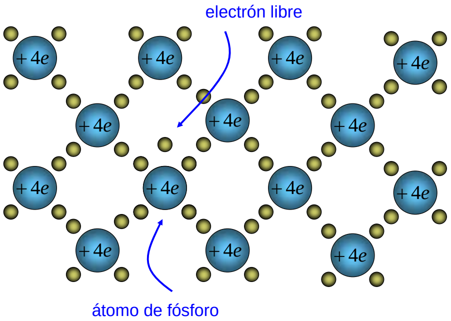
Conducción en semiconductores puros



Semiconductores tipo n

- En el caso anterior el número de portadores del silicio era muy bajo en comparación con, el de los metales.
- En un metal hay aproximadamente un portador por átomo, en el silicio a temperatura ambiente hay aproximadamente uno por 10^{12} cada átomos.
- Sin embargo, la densidad de portadores en un semiconductor puede aumentarse considerablemente introduciendo ciertas impurezas en el material.
- Consideremos el efecto de la incorporación de átomos de fósforo en silicio. El fósforo tiene cinco electrones de valencia, uno más que el silicio.

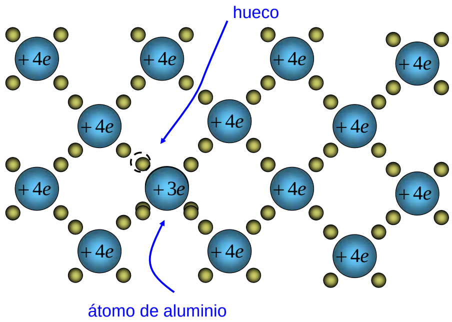
Semiconductores tipo n



Semiconductores tipo p

- Consideremos ahora el efecto de impurezas de aluminio en silicio.
- El aluminio tiene tres electrones de valencia, uno menos que el silicio.
- Si se introduce una pequeña cantidad de aluminio en silicio sólido, algunos lugares normalmente ocupados por iones silicio pasarán a estar ocupados por iones aluminio (con carga)

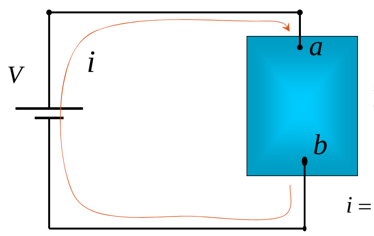
Semiconductores tipo p



Conducción en semiconductores

- Cuando se introduce a propósito una impureza en un material que era puro se dice que el material está dopado.
- Como hemos visto, el silicio dopado con fósforo contiene un exceso de portadores de carga negativos. Este tipo de material se denomina semiconductor *tipo n*; refiriéndonos a la carga negativa de los portadores, en este caso electrones. El silicio dopado con aluminio es un semiconductor tipo p; o sea a la carga positiva de los portadores, los huecos.
- Para calificar un semiconductor corno *tipo n* o *tipo p*, la concentración debe ser suficientemente alta como para que la densidad de electrones libres o huecos debe ser mucho mayor que la densidad de portadores en el material puro

Intercambios de energía en un circuito eléctrico



$$dt \to dq$$

La batería disminuye su energía potencial eléctrica

$$U = dq * V_{ab}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \to dq = i * dt$$

$$U = i * dt * V_{ab} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P = \frac{dU}{dt} = iV_{ab}}$$

Efecto Joule

- El paso de los electrones a través de la resistencia es muy semejante al de la piedra a través del agua. Los electrones avanzan con una velocidad constante de arrastre y por consiguiente no ganan energía cinética.
- La energía potencial eléctrica que pierden se transmite a la resistencia como calor.
- En una escala microscópica esto puede interpretarse considerando que los choques de los electrones con la red aumentan la amplitud de las vibraciones térmicas de la red, en una escala macroscópica esto corresponde a un aumento de temperatura. Este efecto, que es termodinámicamente irreversible, se llama *calentamiento por efecto Joule*.

Efecto Joule

$P = Vi$ De la ley de Ohm $V = Ri$

Entonces para una resistencia será

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{P = Ri^2} \\ \boxed{P = \dfrac{V^2}{R}} \end{array} \right.$$

Unidades

$$[P] = [V][i] = [volt][amp] = \left[\frac{joule}{coul}\right]\left[\frac{coul}{seg}\right] =$$

$$[P] = \left[\frac{joule}{seg}\right] = [watt]$$

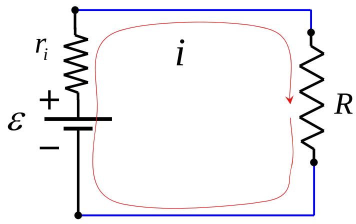
Fuerza Electromotriz

- Para que en un circuito eléctrico exista una corriente continua, el circuito debe contener un componente que actúe como fuente de energía eléctrica.
- Estos componentes se llaman fuentes de fuerza electromotriz, abreviado fem.
- Una fuente de fuerza electromotriz proporciona a los portadores de carga la energía eléctrica necesaria para que realicen su trayecto a través del circuito.

Fuerza Electromotriz

- La batería produce esa corriente estable al mantener una diferencia de potencial aproximadamente constante entre sus terminales.
- El terminal que está a mayor potencial se denomina terminal positivo, y el terminal que está a menor potencial se denomina terminal negativo.
- Por tanto, el sentido de la corriente fuera de la batería (a través de la resistencia) r va desde el terminal positivo al terminal negativo, y el sentido de la corriente en el interior de la batería va del terminal negativo hacia el positivo.
- Dos importantes magnitudes que caracterizan una batería son su fem ε y r_i su resistencia interna . Muchas veces para los cálculos el valor de la resistencia interna es tan pequeño que se lo puede despreciar

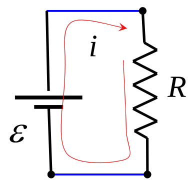
Fuerza Electromotriz



$$\varepsilon = \frac{dW}{dq}$$

Calculo de la corriente en un circuito

- En un tiempo dt aparecerá en la resistencia una cantidad de energía dada por la expresión: $dW = i^2 R dt$
- Durante ese mismo tiempo se habrá movido una carga $dq = idt$ y ésta habrá hecho un trabajo sobre esa carga dado por la siguiente expresión



$$dW = \varepsilon dq = \varepsilon idt$$

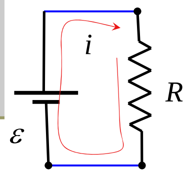
$$dW = \varepsilon idt = i^2 R dt$$

$$\varepsilon idt = i^2 R dt \Rightarrow \varepsilon i = i^2 R \Rightarrow \varepsilon = iR \Rightarrow$$

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon}{R}}$$

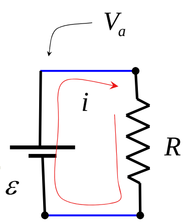
Calculo de la corriente en un circuito

- También podemos derivar esta ecuación considerando que, para que el potencial eléctrico tenga un verdadero significado, es preciso que un punto dado no pueda tener más que un solo valor del potencial en un momento dado



En otras palabras, *la suma algebraica de los cambios de potencial que se encuentren al recorrer el circuito completo, debe ser cero.*

Calculo de la corriente en un circuito



Partiendo de un punto de potencial V_a

Al pasar por la resistencia, cae $-iR$

Al pasar por la fuente, sube $+\varepsilon$

$$V_a - iR + \varepsilon = V_a$$

$$-iR + \varepsilon = 0$$

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon}{R}}$$

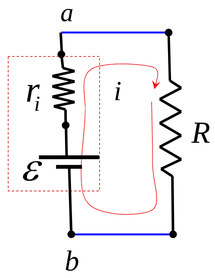
Calculo de la corriente en un circuito

- Estas son dos maneras de encontrar la corriente en circuitos simples, basadas en la conservación de la energía y en el concepto de potencial son completamente equivalentes porque las diferencias de potencial se definen en función del trabajo y energía. Resumiendo:

1 - Si se recorre una resistencia en el sentido de la corriente, el cambio de potencial es $+iR$; en el sentido contrario es: $-iR$

2 - Si se atraviesa una fuente de fem en el sentido de la fem, el cambio de potencial es $+\varepsilon$; en el sentido contrario es $-\varepsilon$

Algunos circuitos simples



$$V_b + \varepsilon - ir - iR = V_b$$

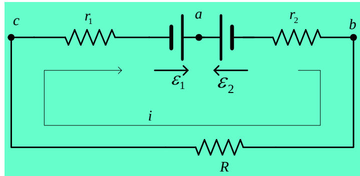
$$+ \varepsilon - ir - iR = 0$$

$$i = \frac{\varepsilon}{r_i + R}$$

Diferencias de potencial

- Veamos como calcular la diferencia de potencial entre dos puntos en un circuito. En el circuito siguiente calculamos la entre la diferencia de potencial entre los puntos a y b , es decir

$V_{ab} = V_a - V_b$ $\qquad V_b - Ri - r_1 i + \varepsilon_1 = V_a$



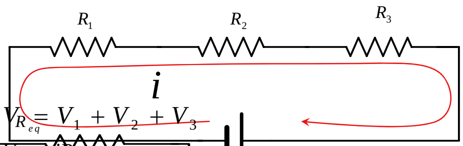
$$V_{ab} = V_a - V_b = -Ri - r_1 i + \varepsilon_1$$

Resistencia equivalente - Resistencia en serie y en paralelo

- Los circuitos eléctricos contienen generalmente combinaciones de resistencias.
- El concepto de resistencia equivalente de una combinación de resistencias es útil para calcular la corriente que pasa por las diferentes ramas de un circuito.
- *La resistencia equivalente de una combinación de resistencias es el valor de una única resistencia que reemplazada por la combinación produce el mismo efecto externo.*
- Para producir el mismo efecto externo que la combinación, la resistencia única debe transportar la misma corriente que la combinación cuando la diferencia de potencial entre sus extremos sea igual que en ésta.

Resistencia equivalente de un conjunto de resistencias en serie

Vamos a decir que dos o más resistencias están conectadas en serie cuando la corriente que circula por ellas es la misma.



$$V_{R_{eq}} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_1 = iR_1$$

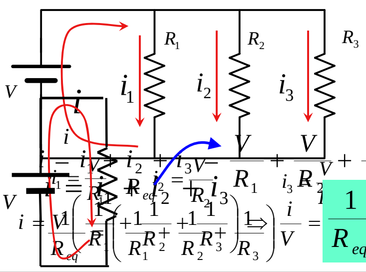
$$V = V_1 + V_2 + V_3 = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$\frac{V}{i} = R_1 + R_2 + R_3 \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{eq} = \sum_{i=1} R_i$$

Resistencia equivalente de un conjunto de resistencias en paralelo

- La condición para considerar a dos o más resistencias en paralelo es que la diferencia de potencial entre los extremos de ambas resistencias sea la misma.

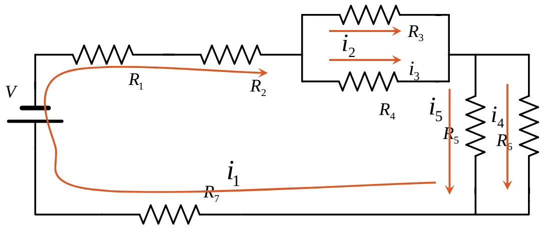


$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow$$

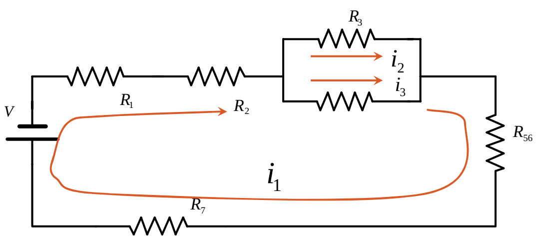
$$i = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \Rightarrow \frac{i}{V} = \frac{1}{R_{eq}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_n}$$

Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm

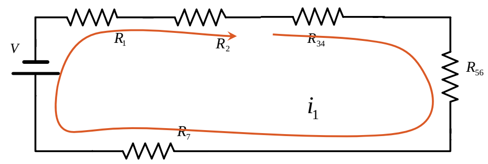


Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm



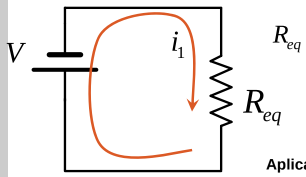
Donde $$\frac{1}{R_{56}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm



Donde $$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm



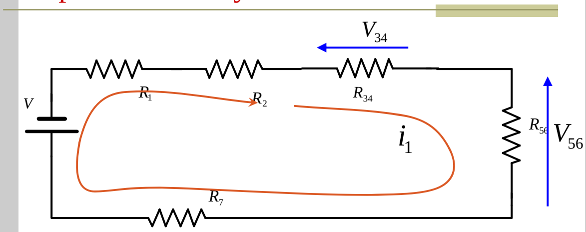
Donde

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_{34} + R_{56} + R_7$$

Aplicando la Ley de Ohm

$$i_1 = \frac{V}{R_{eq}}$$

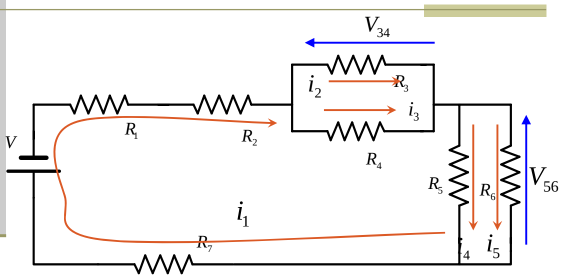
Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm



$$V_{56} = R_{56} i_1$$

$$V_{34} = R_{34} i_1$$

Ejemplo de resolución de circuitos aplicando la Ley de Ohm



$$i_2 = \frac{V_{34}}{R_3} \qquad i_3 = \frac{V_{34}}{R_4} \qquad i_4 = \frac{V_{56}}{R_6} \qquad i_5 = \frac{V_{56}}{R_5}$$

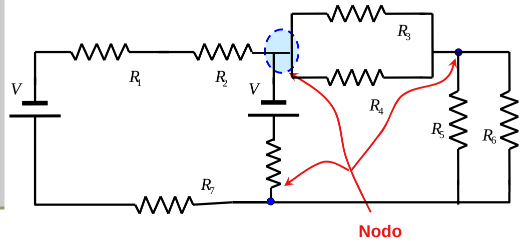
Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff

- A la hora de diseñar un circuito que realice alguna función, generalmente se cuenta con baterías u otras fuentes de fem conocida y resistencias de valor conocido.
- A menudo el problema reside en cómo hacer que una determinada corriente pase por un elemento particular.
- No siempre se pude hallar una única resistencia equivalente para todo el circuito, en consecuencia no podemos simplificarlo en estos casos debemos aplicar las reglas conocidas como Leyes de Kirchhoff ,nos ayudan a encontrar las corrientes que pasan por las diferentes partes de un circuito.
- Estas reglas son: la regla de las mallas y la regla de los nudos

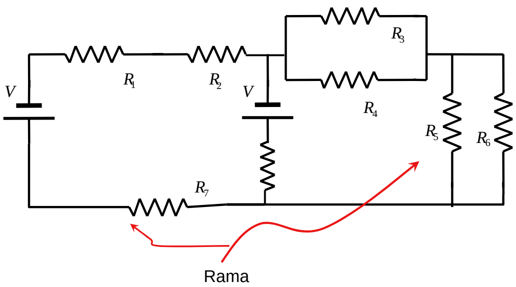
Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff

- Definimos algunos conceptos que usaremos en los próximos enunciados:
- Nodo o nudo a todo punto del circuito a donde concurren tres o más conductores.
- Rama es la parte del circuito comprendida entre dos nodos, dos nodos son consecutivos cuando para ir de uno al otro no es necesario pasar por un tercero, en una rama la corriente será siempre la misma.
- Corriente de rama, es una corriente auxiliar para el calculo, nace en un nodo y termina en otro
- Malla es cualquier camino conductor cerrado que se pueda distinguir en el circuito, esta formada por ramas, pero una rama puede pertenecer a distintas mallas.

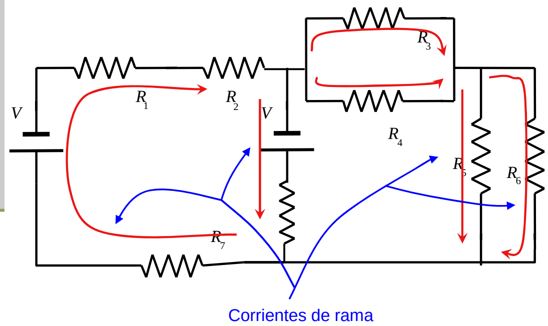
Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff



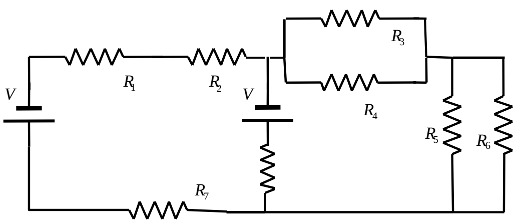
Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff



Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff



Redes eléctricas – Leyes de Kirchhoff



Malla cerrada

La regla de los nodos o primera Ley de Kirchhoff

- **Para analizar un circuito con dos o más mallas debemos usar la regla de los nudos.**
- **La regla de los nudos dice que la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen de él.**
- **Dado que la carga no se puede acumular en ningún punto de los conductores de conexión, la regla de los nudos es una consecuencia de la conservación de la carga.**

$$\sum i_{entrantes} = \sum i_{salientes}$$

La regla de los nodos o primera Ley de Kirchhoff

- Por convención consideramos con signo positivos a las corrientes entrantes a un nodo y con signo negativo a las salientes, podemos escribir entonces que para cada nodo del circuito se cumple que

$$\sum i = 0$$

La regla de las mallas o segunda Ley de Kirchhoff

- Esta regla es una consecuencia del principio de conservación de energía, la energía que gana la unidad de carga al recorrer la malla debe ser igual a la energía convertida en calor, mecánica o cualquier otro tipo de energía.
- La regla de las mallas establece que la suma de las diferencias de potencial encontradas en el recorrido de cualquier camino cerrado (malla) de un circuito es cero.

$$\sum V = 0$$

La regla de las mallas o segunda Ley de Kirchhoff

- Teniendo en cuenta la presencia de baterías, fem, y resistencias como

$$\sum \varepsilon = \sum Ri$$

La regla de las mallas o segunda Ley de Kirchhoff

- Para escribir las ecuaciones originadas por la regla de las mallas debemos tener presente dos principios ya vistos:

  Si se recorre una resistencia en el sentido de la corriente, el cambio de potencial es $-iR$,en el sentido contrario es $+iR$

  Si se atraviesa una fuente de fem en el sentido de la fem, el cambio de potencial es $+\varepsilon$, en el sentido contrario es $-\varepsilon$

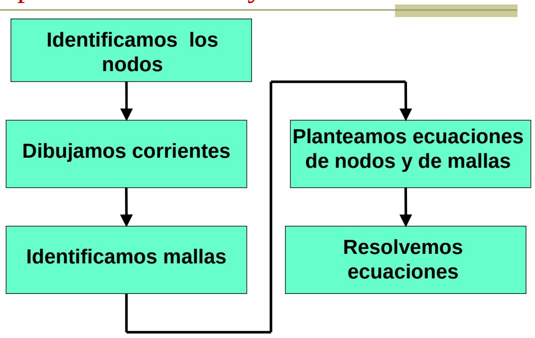
Resolución de circuitos mediante la aplicación de las Leyes de Kirchhoff

- Entendemos por resolución de un circuito a calcular todas las corrientes que circulan por el mismo.
- Buscaremos plantear, basándonos en las reglas de Kirchhoff, tantas ecuaciones como corrientes incógnitas tengamos
- Dado el circuito identificamos los nodos del mismo
- Dibujamos las corrientes, dándole un sentido arbitrario de circulación

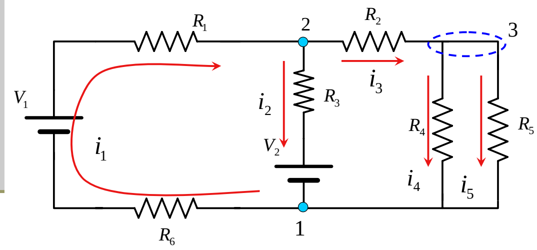
Resolución de circuitos mediante la aplicación de las Leyes de Kirchhoff

- Conociendo la cantidad de incógnitas, vemos la cantidad de ecuaciones de mallas que necesitaremos plantear, identificamos las mallas con las que vamos a trabajar y fijamos un sentido arbitrario para recorrerla.
- Planteamos las ecuaciones de mallas.
- Una vez que planteamos la cantidad de ecuaciones necesarias para resolver todas las corrientes incógnitas
- Muchas veces es posible realizar simplificaciones a nuestro circuito, por ejemplo encontrando resistencias equivalentes para una red de resistencias, a fin de disminuir el número de incógnitas

Resolución de circuitos mediante la aplicación de las Leyes de Kirchhoff



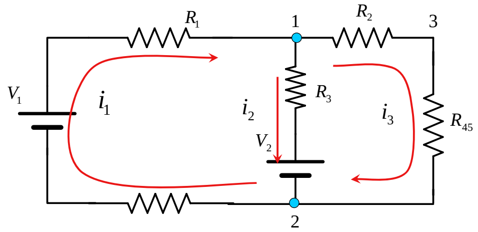
Ejemplo de resolución de circuitos



Simplificamos nuestro circuito hallando la resistencia equivalente R_{45}

Podemos identificar tres nodos y cinco corrientes en el circuito.

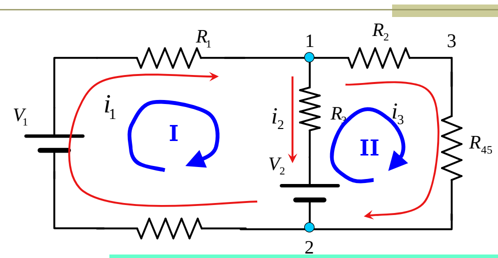
Ejemplo de resolución de circuitos



$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$

En nodo 1 $\Rightarrow \sum i = 0 \Rightarrow$ $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

Ejemplo de resolución de circuitos

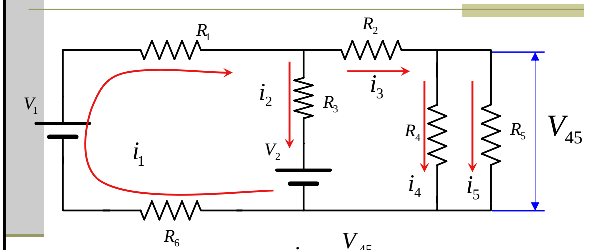


Ecuaciones de mallas $\sum V = \sum Ri$

En la malla I $\quad V_1 - V_2 = R_1 i_1 + R_3 i_2 + R_6 i_1$

En la malla II $\quad V_2 = -R_3 i_2 + R_2 i_3 + R_{45} i_3$

Ejemplo de resolución de circuitos



$$V_{45} = R_{45} i_3 \qquad i_5 = \frac{V_{45}}{R_5} \qquad i_4 = \frac{V_{45}}{R_4}$$

Ejemplo de resolución de circuitos

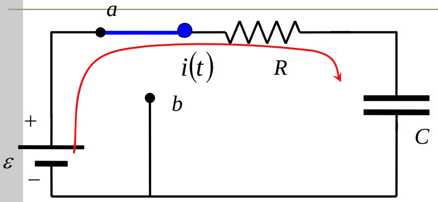
$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$V_1 - V_2 = R_1 i_1 + R_3 i_2 + R_6 i_1$$

$$V_2 = -R_3 i_2 + R_2 i_3 + R_{45} i_3$$

$$V_{45} = R_{45} i_3 \qquad i_5 = \frac{V_{45}}{R_5} \qquad i_4 = \frac{V_{45}}{R_4}$$

Circuitos RC



$dW = \varepsilon\, dq$

$\varepsilon\, dq = i^2 R\, dt + d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$

Como $i = \frac{dq}{dt}$, $dU_C = d\left(\frac{q^2}{2C}\right)$

Es decir

$\varepsilon = iR + \frac{q}{C}$

$\varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

Circuitos RC

$\varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC}\left(q - C\varepsilon\right)$

Multiplico y divido por

$\frac{dq}{\left(q - C\varepsilon\right)} = -\frac{dt}{RC}$

$\int_0^q \frac{dq}{\left(q - C\varepsilon\right)} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$

$\ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$

$y = \ln x \Rightarrow x = e^y$

$\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon} = e^{\frac{-t}{RC}}$

$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

Circuitos RC

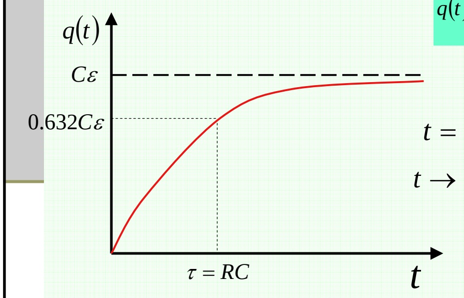
$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

Como $i = \frac{dq}{dt}$ **será**

$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$

Circuitos RC

$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

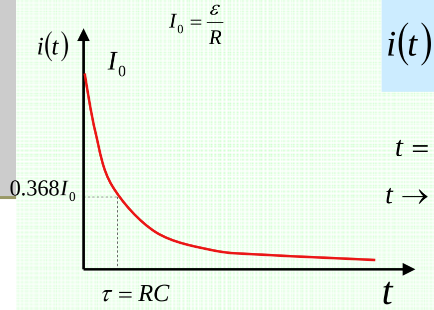


$t = 0 \longrightarrow q = 0$

$t \rightarrow \infty \longrightarrow q = C\varepsilon$

Circuitos RC: Carga

$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$

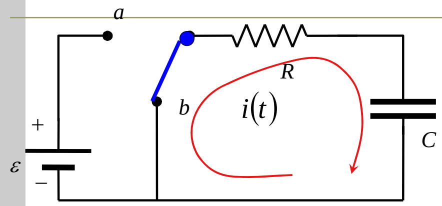


$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$

$t = 0 \longrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R}$

$t \rightarrow \infty \longrightarrow i = 0$

Circuitos RC: Descarga



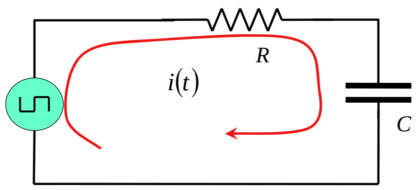
Como no hay fem en el circuito la ecuación de mallas será:

Cuya solución es $q(t) = q_0\, e^{\frac{-t}{RC}}$

$iR + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$

$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$

Ejemplo



Ejemplo