UNIDAD IX: *RELATIVIDAD ESPECIAL*

Postulados de Einstein. Dilatación del tiempo. Contracción de longitudes. Transformación de LORENZ. Energía relativista.

Índice

Introducción

Nuestra experiencia diaria, en la que se basa la intuición, esta basada en la observación de objetos de tamaño medio que se mueven lentamente. Diremos que un objeto se mueve lentamente cuando su velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de la luz en el vacío. Cuando un objeto se mueve a una velocidad comparable a la velocidad de la luz se dice que el objeto se mueve relativisticamente. No es habitual tener experiencias con objetos que se mueven a tan altas velocidades.

En 1905 Albert Einstein inicio una revolución conceptual con su formulación de la Teoría de la Relatividad. Este teoría cambio la noción de especio y tiempo, como así también las de materia y energía.

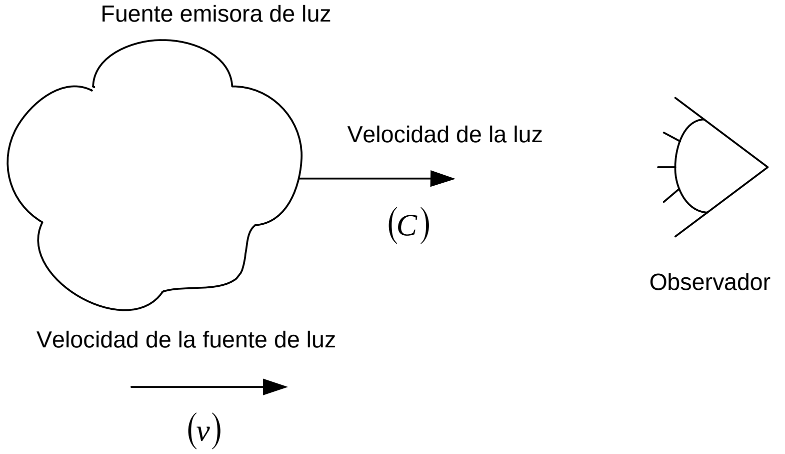
En palabras de Einstein "este universo de ideas es tan poco independiente de la naturaleza de nuestras experiencias como lo son las ropas de la forma del cuerpo humano. Esto es particularmente cierto en nuestro conceptos del tiempo y del espacio". Veremos algunas características de la física de lo muy rápido, muchos de los conceptos físicos básicos deben modificarse. Debemos cambiar la forma de pensar sobre el tiempo y el espacio.

Las ideas de Einstein se originan en los trabajos y experiencias previas de otros científicos respecto temas como la medición de la velocidad de la luz, las experiencias de Michelson-Morley, las discusiones sobre el éter y las ideas de Lorentz. Sus esfuerzos estaban encaminados a armonizar la teoría electromagnética de Maxwell con la mecánica basada en los principios de Newton. El nombre de relatividad se debe a que la teoría trata sobre la correlación de las observaciones hechas por observadores en movimiento relativo uniforme.

Velocidad de la luz

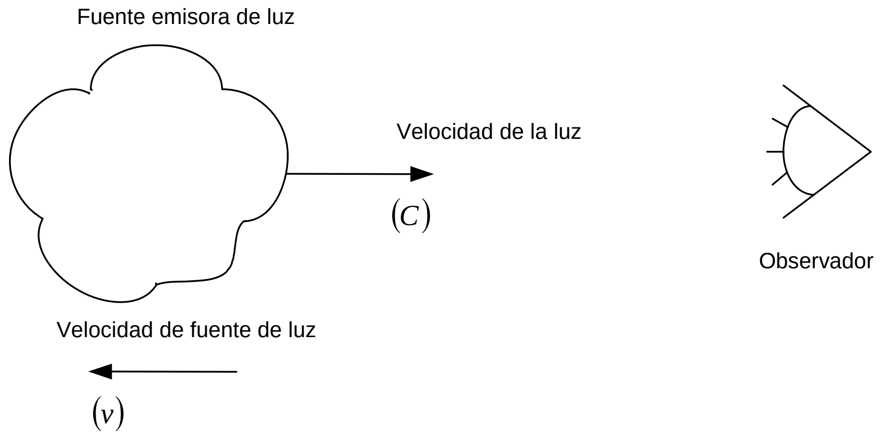
Hasta fines del siglo XIX se suponía que el espacio, vació de materia, estaba lleno de "éter". Los físicos suponían que las vibraciones de este hipotético éter estaban relacionadas con la luz de la misma forma que las vibraciones del aire estaban relacionadas con el sonido. En esa época existía una gran polémica sobre la forma que los cuerpos se movían a través del éter y como este movimiento afectaba la velocidad de la luz medida desde la tierra. Una de estas discusiones se centraba en que si el éter sobre el que se movía la luz y que se suponía que transmitía todas las fuerzas era estático o era arrastrado por los cuerpos al moverse. Por otro lado la teoría sostenía que las ondas electromagnéticas necesitaban un medio para poder desplazarse, este medio, el éter, debía tener características tales que las ondas pudieran transmitir a gran velocidad, por otro lado se tenía que poder medir la velocidad de desplazamiento de los planetas a través del éter y además se tenía que verificar que no tenía influencia en el movimiento de los planetas, ya que las leyes de Newton, dadas por validas, que lo explicaban no lo tenían en cuenta. El éter también se necesitaba para dar una referencia a la velocidad de la luz (c) .

En principio cualquier sistema que se moviera con respecto al éter, la velocidad de la luz sería mayor o menos de acuerdo con la suma usual de velocidades. Para una fuente de luz que se mueve en el mismo sentido que el rayo de luz será:



El rayo de luz se aproximará al observador a una velocidad $V_f = c + v$

Para el caso de que la fuente de luz se alejará será:



En este caso, como la fuente de luz se aleja del observador, el rayo de luz se aproximará al observador a una velocidad $V_f = c - v$

Suponiendo que el éter es estacionario, podemos decir que la luz se propaga por el éter con velocidad c . Si la tierra se mueve a través del éter con velocidad v sin perturbarlo, entonces la velocidad de la luz con respecto a la tierra deberá depender de la dirección de la propagación de la luz, como vemos en los dibujos anteriores. Este tipo de consideraciones generaban una gran polémica a fines del siglo pasado y fueron muchos los científicos que se dedicaban a pensar distintos tipos de experimentos a fin de probar estas teorías. Albert Michelson (1852-1931) conjuntamente con Edward Morley (1838-1923), comenzaron en 1881 una memorable serie de experimentos para medir de la luz en diferentes direcciones con respecto a la Tierra, para lo cual utilizo un tipo especial de interferómetro para observar la interferencia de la luz.

Michelson y Morley esperaban determinar así la velocidad de la Tierra con respecto al éter. Repitieron sus experimentos varias veces, durante muchos años. Se trabajo y perfecciono por mucho tiempo, y encontraron, dentro de la precisión de sus mediciones, que la velocidad de la luz con respecto a la Tierra era la misma en todas las direcciones.

De acuerdo con la transformación galileana de velocidades, ningún cuerpo puede tener la misma velocidad con respecto a dos observadores en movimiento relativo uniforme. En este caso se supone que un observador se encuentra en reposo relativo respecto a éter y el otro en la Tierra. Una posible explicación de este resultado experimental sería que la Tierra arrastra al éter con ella, del mismo modo que arrastra a la atmósfera. Por lo tanto, cerca de la superficie terrestre el éter debería estar en reposo con respecto a ésta y la velocidad de la luz debería ser c en todas las direcciones. Esta explicación resulta bastante improbable puesto que el arrastre del éter debería manifestarse en otros fenómenos conectados con la velocidad de la luz, que no se han observados. Cuando se buscaron posibles explicaciones una dada por Lorentz, decía que todo parecía indicar que un cuerpo en movimiento se contraía en dirección del movimiento. Los resultados negativos del experimento de Michelson-Morley llevaron a Einstein a descartar el concepto de la existencia del éter. En su lugar propuso como ley universal de la naturaleza que la velocidad de la luz es un invariante físico y tiene el mismo valor para todos los observadores que estén en movimiento relativo uniforme"

Por lo tanto la velocidad de la luz debe ser independiente del movimiento elativo del emisor y del receptor.

Esta constancia de la velocidad de la luz en los distintos sistemas produce un efecto devastador en la relatividad galileana, pues el hecho de que la velocidad de la luz sea invariante está en clara contradicción con la formula galileana para la transformación de velocidad. Podemos afirmar entonces que las transformaciones galileanas y nuestras ideas del espacio y tiempo contenidas en dichas transformaciones son incorrectas.

Sin embargo debemos dejar en claro, que las transformaciones galileanas, aunque incorrectas, proporcionan una explicación adecuada a nuestra experiencia cotidiana. Solo cuando se tiene velocidades altas es cuando las características inusuales o singulares del espacio y tiempo son perceptibles. No obstante, cuando estas características son perceptibles, pueden llegar a ser tremendamente chocantes.

Transformación Galilena

Hasta casi el principio de nuestro siglo, la transformación galileana, cuyo nombre se debe a Galileo Galilei fue considerada como el reflejo del espacio y el tiempo. Esta transformación proporciona una interpretación adecuada del movimiento relativo a velocidades normales sobre la tierra, trenes, aviones, satélites, etc.

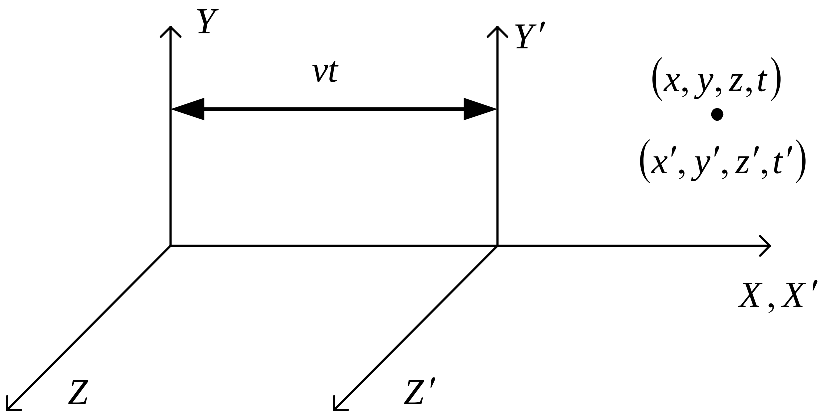
Para dos sistemas de referencias, uno moviéndose con respecto al otro a una velocidad v, podemos resumir estas transformaciones como:

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

Estas son las transformaciones que usamos en la vida diaria. Pero estas transformaciones no se cumplen a velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

Transformación de Lorentz

En 1905 Einstein propuso a nueva visión del espacio-tiempo y una nueva teoría de la relatividad que hoy en día llamamos teoría especial de la relatividad. Dicha teoría es especial, o mejor dicho restringida, en el sentido de que solamente trata sistemas de referencias inerciales y no trata la gravitación. Así, los sistemas de referencias más generales y la conexión con la gravedad se consideran en la teoría general de la relatividad.
Einstein desarrollo su teoría a partir de dos postulados: el primer postulado es el principio de relatividad, que tiene un lugar en cualquier teoría que pretenda tener un significado físico: Las leyes de la naturaleza tienen la misma forma matemática en todos los sistemas de referenciales inerciales. El segundo postulado reconoce formalmente la invarianza de la velocidad de la luz en el vacío: La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los sistemas de referencias inerciales.
Primero al desarrollar la teoría especial debemos determinar la transformación que conecta sistemas de referencias inerciales en movimiento relativo. Esta transformación tiene que reemplazar a la transformación galileana, que es incorrecta. Sin embargo, puesto que la transformación galileana es adecuada para bajas velocidades, podemos guiarnos por algunas de sus características. En particular, las ecuaciones de transformación correctas deben reducirse a la transformación galileana en el límite de las bajas velocidades.
Consideramos la transformación que conecta a dos sistemas de referencia en movimiento relativo, con velocidad relativa constante v a lo largo de los ejes xx', llamamos a uno Sistema en reposo S y al otro Sistema en movimiento S'. Suponemos que los observadores O y O' asociados a estos sistemas de referencias hacen que $t = t' = 0$ en el instante que los dos sistemas de coordenadas coinciden.



En la figura se ve la relación entre ambos sistemas para un instante posterior, desde la perspectiva del observador O.

Cada observador asignará sus coordenadas espacio tiempo a los distintos sucesos. El observador O asigna el conjunto (t, z, y, x), mientras que el observador O' asigna el conjunto (t', z', y', x') al mismo suceso. Debemos ver la transformación que conecta ambos conjuntos de coordenadas.

Si el espacio-tiempo es homogéneo y que existe una correspondencia unívoca para los observadores, consideramos solo transformaciones lineales. El origen de O' se mueve a lo largo del eje x positivo con velocidad v respecto a O, así que la ecuación de x' en función de las cantidades sin movimiento debe ser proporcional a $x - vt$. De este modo, un suceso que tiene lugar en $x' = 0$, origen del sistema en movimiento, ocurre en $x = vt$. Esta ecuación de transformación puede escribirse como

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad (1)$$

Donde γ es independiente de las coordenadas espacio-tiempo del suceso.

Del mismo modo podemos expresar x en función de x' como $x = \gamma(x' + vt') \quad (2)$

La cantidad γ debe ser la misma en las dos ecuaciones, pues de acuerdo con el principio de la relatividad, no debemos singularizar un observador con respecto a otro. Para todos los observadores las descripciones de la naturaleza son igualmente validas. El valor de γ no caracteriza a uno u otro observador, pero si relaciona a los dos observadores entre si.

Como ocurre con la transformación galileana, todas las coordenadas correspondientes a los ejes perpendiculares a la dirección del movimiento relativo de los sistemas, deberían ser iguales, nos queda: $y = y' \qquad z = z'$

Nos falta ver el tiempo para completar las ecuaciones de transformación. No puede ser el resultando galileano, combinamos las ecuaciones (1) y (2), nos queda:

$x = \gamma(x' + vt') = \gamma[\gamma(x - vt)] + vt'$ despejamos t' en función de t y x

$$x = [\gamma^2(x - vt)] + \gamma vt' \Rightarrow \gamma^2 x - \gamma^2 vt + \gamma vt' \Rightarrow$$

$$\gamma vt' = -\gamma^2 x + \gamma^2 vt + x \Rightarrow \gamma vt' = -(\gamma^2 - 1)x + \gamma^2 vt \Rightarrow$$

$$t' = \frac{-(\gamma^2 - 1)x + \gamma^2 vt}{\gamma v} = \gamma\left[t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v}\right]$$

Llegamos al resultado:

$$t' = \gamma\left[t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v}\right]$$

Tenemos entonces un conjunto de cuatro ecuaciones que relacionan los sistemas de referencias de los observadores O y O'. En estas ecuaciones tenemos el valor γ, aún sin definir pero debe ser consistente con el segundo postulado*: La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los sistemas de referencias inerciales.* . Ambos observadores están de acuerdo con la velocidad de la luz en el vacío c.

Como la luz en el vacío es igual para ambos observadores, tenemos que $x = ct$ y $x' = ct'$, reemplazamos estos valores en las ecuaciones obtenidas nos quedará:

$$x' = \gamma(x - vt) \Rightarrow ct' = \gamma(ct - vt)$$

$t' = \gamma\left(t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v}x\right) = \gamma\left(t - \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 v}ct\right)$ dividiendo miembro a miembro estas ecuaciones será:

$$\frac{ct'}{t'}=\frac{\gamma\left(ct-vt\right)}{\gamma\left(t-\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2 v}ct\right)}=\frac{\left(c-v\right)}{\left(1-\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2 v}c\right)}\Rightarrow$$

$$c=\frac{\left(c-v\right)}{\left(1-\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2 v}c\right)}\Rightarrow c\left(1-\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2 v}c\right)=\left(c-v\right)\Rightarrow$$

$$c-\frac{c^2\gamma^2}{\gamma^2 v}+\frac{c^2}{\gamma^2 v}=\left(c-v\right)\Rightarrow v=\frac{c^2\gamma^2}{\gamma^2 v}-\frac{c^2}{\gamma v}=\frac{c^2}{v}\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)\Rightarrow$$

$$v=\frac{c^2}{v}\left(1-\frac{1}{\gamma^2}\right)\Rightarrow\frac{v^2}{c^2}=1-\frac{1}{\gamma^2}\Rightarrow\frac{1}{\gamma^2}=1-\frac{v^2}{c^2}=\gamma^2=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}\Rightarrow$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

En función de la expresión obtenida podemos escribir las ecuaciones correspondientes a la ***Transformación de Lorentz***.

$$x'=\gamma\left(x-vt\right)=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\qquad t'=\gamma\left(t-\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2 v}x\right)=\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$z'=z\qquad y'=y$$

Este tipo de transformación se denomina transformación de Lorentz, en honor de H.A. Lorentz , quien intento explicar el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley en términos de una contracción de longitudes en un factor $\sqrt{1-v^2/c^2}$, sin embargo, fue Einstein quien primero obtuvo esta transformación a partir de los postulados de la relatividad especial. Puesto que las ecuaciones de transformación que contienen x' , t' , x y t son bastantes extensas, a menudo se las escribe como:

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \quad \text{con} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Nueva visión del espacio y del tiempo

Es un hecho a destacar el que la velocidad de la luz en el vacío sea independiente de los movimientos relativos de los sistemas inerciales de referencia en que se mida dicha velocidad. Así dos observadores que miden la velocidad de la luz obtienen el mismo valor aun estando en movimiento relativo, uno con respecto al otro, a alta velocidad.

Un examen de las ecuaciones correspondientes a la transformación de Lorentz muestra que debemos alterar el concepto de tiempo absoluto o universal, independientemente del concepto del espacio. A partir de la ecuación $t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$ vemos que el valor del tiempo asignado t' a un suceso por el observador O' depende no solamente del tiempo t sino también de la coordenada x asignada a dicho suceso por el observador O. No podemos mantener una distinción muy definida entre el espacio y el tiempo considerándolos como conceptos separados.

En lugar de tener tres coordenadas espaciales (x, y, z) y un tiempo separado t para caracterizar un suceso, hay ahora cuatro coordenadas espacio-tiempo (x, y, z, t), que se relacionan a través de la transformación de Lorentz. Desde un punto de vista matemático el tiempo puede tratarse como si e algún modo fuese una cuarta dimensión espacial.

En el grafico la derecha vemos como depende v, velocidad relativa entre los dos observadores, el factor γ. Vemos en el grafico que la mezcla del espacio y el tiempo no es evidente para transformaciones con baja velocidad relativa $v << c$ si esta velocidad relativa es pequeña comparada con la velocidad de la luz $v/c << 1$ entonces $\gamma \approx 1$, en este caso nos da que los intervalos de tiempo son:

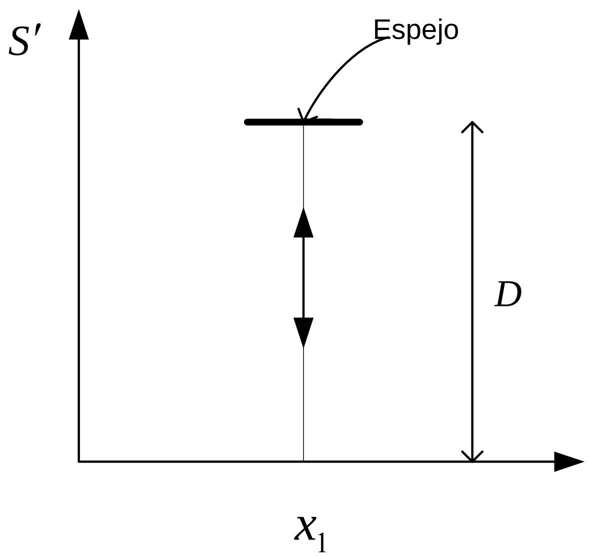
$$\Delta t \approx \Delta t'$$

Así podemos llegar a demostrar que la transformación de Lorentz que conecta a los sistemas de referencia se aproxima a la transformación galileana en el límite de las bajas velocidades relativas

$v << c$.

Dilatación del tiempo

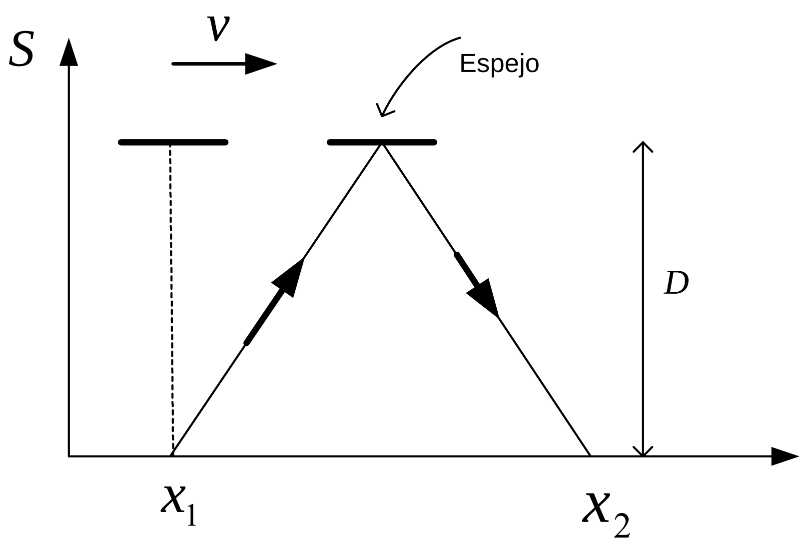
Vemos en el sistema S una fuente de luz, que dispara en rayo de luz contra un espejo situado



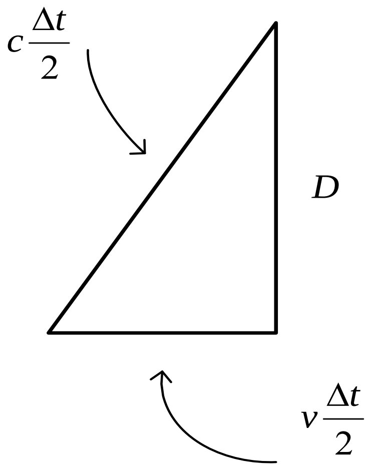
A una distancia D, para un observador O que este en reposo con respecto a este sistema el tiempo que tarda el rayo de luz en ir y volver será

$$c = \frac{2D}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{2D}{c}$$

Pero un observador O' que se este moviendo con una velocidad relativa v ve la situación de otra manera



Para él, el rayo de luz hizo el camino que indica la figura siguiente, y el tiempo que demora será:



$$\left(c\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = D^2 + \left(v\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$c^2\frac{\Delta t^2}{4} = D^2 + v^2\frac{\Delta t^2}{4} \Rightarrow$$

$$D^2 = c^2\frac{\Delta t^2}{4} - v^2\frac{\Delta t^2}{4} \Rightarrow$$

$$4D^2 = \left(c^2 - v^2\right)\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$ Pero hemos visto que

$$\Delta t' = \frac{2D}{c} \Rightarrow 2D = c\Delta t'$$ Reemplazando nos queda

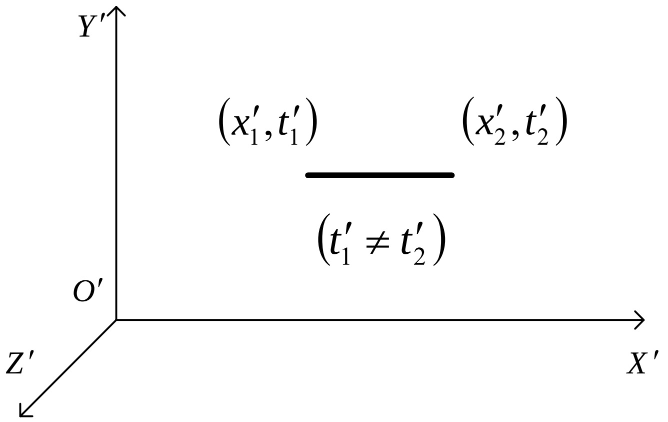
$$\Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{c\Delta t'}{\sqrt{c^2 - v^2}}\,\Delta t' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La consecuencia más importante es que los dos observadores discrepan en el tiempo transcurrido. La interpretación de este resultado para el observador que esta en reposo es que el reloj móvil se atrasa. Este efecto de prolongación del tiempo de un reloj móvil se denomina dilatación del tiempo. Este análisis es independiente del mecanismo del reloj, de modo que todos los procesos físicos en un sistema móvil suceden con menor rapidez. El reloj biológico, asociado con el proceso de envejecimiento no debería ser una excepción. Este caso se conoce como la paradoja de los gemelos y fue y es motivo de permanentes discusiones.

Contracción de la longitud

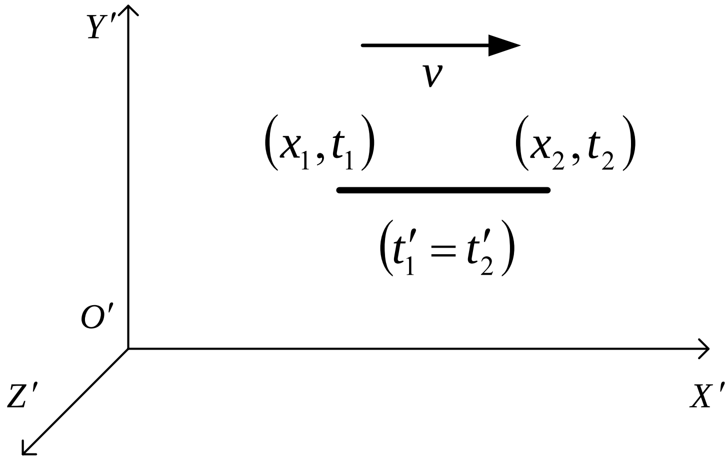
Para medir una longitud, normalmente comparamos la separación espacial entre dos puntos extremos con algún tipo de patrón como puede ser una regla. Es sencillo fácil medir la longitud de un objeto en su sistema en reposo (sistema de referencia en el que el objeto permanece en reposo).

Supongamos que el objeto es una varilla que se encuentra en reposo en el sistema de referencia de O' y que la longitud de dicha varilla es paralela al eje X' , no consideramos las otras coordenadas.



Se observa la posición de un extremo de la varilla, suceso en (x_1', t_1'), y luego la del otro, suceso en (x_2', t_2'), a continuación se obtiene la longitud $L_0' = x_2' - x_1'$, midiendo la distancia entre ambos extremos con la regla.

A diferencia de lo anterior, medir la longitud de un objeto que se está moviendo no resulta tan fácil de llevar a cabo. Con respecto al observador O, la varilla y el sistema de referencia O' se mueven a lo largo del eje x positivo con velocidad v



Podemos determinar la longitud determinando simultáneamente (en el sistema de referencia del observador O los extremos x_1 y x_2 del objeto, de forma que la longitud de la varilla móvil es la distancia entre sus puntos extremos observados simultáneamente, $L = x_2 - x_1$

Comparamos L y L'_0 usando la primera ecuación de la Transformación de Lorentz, obteniendo:

$L'_0 = x'_2 - x'_1 = \gamma\left[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)\right]$ Pero como los extremos fueron observados por O simultáneamente, tenemos $t_2 - t_1 = 0$

Quedando entonces $$L'_0 = x'_2 - x'_1 = \gamma\left[(x_2 - x_1)\right] = \gamma L = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Despejando el valor de L, la longitud de la varilla móvil en la dirección de su velocidad obtenemos: $$L = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{L'_0}{\gamma}$$

La longitud de un objeto móvil, en la dirección de su movimiento, se obtiene dividiendo su longitud en reposo L'_0 por γ. Como $\gamma > 1$, tenemos que $L < L'_0$

En consecuencia, existe un acortamiento, o contracción, de la longitud de un objeto en la dirección de su movimiento. Conforme mayor es la velocidad del objeto, el factor γ es también mayor, y la longitud se contrae más. El análisis es válido para la medida llevada a cabo por el observador O de la longitud de cualquier objeto móvil, incluyendo la propia regla del observador O'.

El observador O' también discrepa de las medidas llevadas a cabo por el observador O.

Para ver esto, supongamos que se invierten los papeles de los dos observadores, de modo que ahora O' mide la longitud de un objeto móvil, objeto que está en reposo con respecto al observador O. El resultado es que la longitud L' del objeto móvil se contrae, con respecto a su longitud en reposo L_0, en un factor $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, es decir,

$$L' = L_0\sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{L_0}{\gamma}$$

Así pues, ambos observadores concluyen que la longitud de un objeto móvil se contrae.

La suma de velocidades

Aunque resulta adecuada a bajas velocidades, la fórmula galileana para transformar velocidades, $u'_x = u_x - v$, no es correcta cuando las velocidades son altas. Por tanto, debemos reconsiderar la transformación de las componentes de la velocidad usando la transformación de Lorentz.

Supongamos que los sucesos 1 y 2 corresponden a observaciones en la posición de una partícula. La componente x de la velocidad de la partícula según el observador O es:

$$u_x = \frac{\Delta_x}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}$$

Igualmente, el observador O' expresa la componente x' de la velocidad de la partícula como:

$$u'_x = \frac{(x'_2 - x'_1)}{(t'_2 - t'_1)}$$

Usando ahora estas ecuaciones y las ecuaciones de la transformación de Lorentz transformamos el numerador y el denominador de esta expresión,

$$u'_x = \frac{(x'_2 - x'_1)}{(t'_2 - t'_1)} = \frac{\gamma[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)]}{\gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{v(x_2 - x_1)}{c^2}\right]}$$

Dividiendo numerador y denominador por $(t_2 - t_1)$, y cancelando el factor común γ

Tenemos $$u'_x = \frac{[(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) - v]}{1 - \left[\frac{v}{c^2}\frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}\right]}$$ y como $$u_x = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)}$$

Nos queda $$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \left(\frac{vu_x}{c^2}\right)}$$

Esta transformación de Lorentz de velocidades sustituye al resultado galileano. En el límite de velocidades bajas, $\left|\frac{vu_x}{c^2}\right| << 1$ se cumple que $1 - \left|\frac{vu_x}{c^2}\right| \to 1$ y llegamos nuevamente a la formula galileana $u'_x = u_x - v$

Las transformaciones para las otras componentes de la velocidad de una partícula pueden obtenerse siguiendo un procedimiento similar al anterior.

La estructura matemática de estas ecuaciones de transformación de velocidades da lugar a una característica importante. Si un observador, por ejemplo O' , determina que la velocidad de un objeto es menor que la velocidad de la luz c, el otro observador O también determinará que la velocidad de ese objeto es menor que c. Los dos observadores no coinciden en el valor de la velocidad del objeto, pero cada uno encuentra que la velocidad debe ser menor que c. Este resultado es una de las muchas indicaciones de que la velocidad de la luz en el vacío es un límite superior para todas las velocidades. No ha habido observación alguna de un objeto con una velocidad superior a c, de modo que la velocidad de la luz en el vacío es la máxima velocidad posible hasta ahora.

Cantidad de movimiento y energía

En nuestra vida cotidiana no observamos efectos relativistas como puede ser la contracción de la longitud o la dilatación del tiempo. Los objetos de tamaño normal que hay a nuestro alrededor no se mueven con suficiente rapidez como para que estos efectos sean observables. Por otra parte tampoco hemos estado en contacto con otro observador que se mueva en relación a nosotros con una velocidad comparable a la velocidad de la luz. Los objetos que viajan a velocidades comparables a la velocidad de la luz son partículas de tamaño atómico y subatómico. Así, por ejemplo, los electrones del tubo de una pantalla de televisión son acelerados a velocidades cercanas a $\frac{1}{2}c$. Al tratar con dichas partículas generalmente hacemos énfasis en su cantidad de movimiento y su energía.

Junto con la revisión de nuestras nociones del espacio y del tiempo, debemos ahora modificar las definiciones de algunas cantidades dinámicas para que puedan ser útiles. En este sentido los conceptos de cantidad de movimiento y energía deberían definirse de tal manera que ambas magnitudes se conserven en un sistema aislado. Así por ejemplo, en la colisión de dos partículas, la cantidad de movimiento ganada por una de ellas deberá ser igual a la cantidad de movimiento perdida por la otra. Además, la definición modificada de esta magnitud debería reducirse a nuestra definición original, $p = mv$, para $v << c$

Consideremos una partícula de masa m con velocidad v en algún sistema de referencia. La definición modificada de la cantidad de movimiento p de la partícula es:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mv$$

Con esta definición se cumple que, en cualquier sistema de referencia, la cantidad de movimiento se conserva en las colisiones entre partículas. Notemos que si la velocidad $v << c$ se obtiene la antigua definición de cantidad de movimiento $p = mv$. Sin embargo, cuando la velocidad $v \approx c$, se aproxima a la velocidad de la luz, la raíz cuadrada tiende a cero y el módulo de la cantidad de movimiento aumenta sin límite. Esto sugiere que ninguna partícula puede ser acelerada hasta la velocidad de la luz, puesto que la variación de su cantidad de movimiento tendría módulo infinito y esto no es posible. La masa m de la partícula se denomina generalmente masa en reposo, y corresponde a la masa de partícula en un sistema para el cual dicha partícula se encuentra en reposo.

Aún nos queda por reconsiderar la energía y su conservación. Para tener en cuenta la conservación de la energía, debemos incluir cada una de las formas de energía que pueden cambiar en un sistema. Einstein demostró que hay una forma de energía asociada con la masa y definió la **energía total** E de una partícula de masa m y velocidad v como:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mc^2$$

Esta definición de la energía total de una partícula tiene también como resultado la conservación de la energía en un sistema aislado. (El término «energía total de una partícula», no incluye la energía potencial, que debe sumarse separadamente.)
De acuerdo con esta energía total de una partícula no es cero aunque la partícula esté en reposo si hacemos $v = 0$ resulta que $E = mc^2$. Esta es la energía de una partícula cuando está en reposo, y se denomina energía asociada a la masa en reposo de la partícula. Existen procesos en los que varía la suma de las masas en reposo de las partículas de un sistema aislado. Dicho cambio Δm puede ser positivo o negativo como consecuencia de las transformaciones de energía que ocurren en el sistema. El cambio en energía asociada a la masa, $\Delta E = \Delta mc^2$, se equilibra con cambios en otros tipos de energía, de forma que la energía total se conserva.

La inclusión de la energía asociada a la masa en reposo dentro del balance total de energía, generaliza la ley de conservación de la energía, y esta forma generalizada a menudo se denomina *ley la conservación de la energía total.*

La conversión de la energía total asociada a la masa en otras formas de energía que se observa en los procesos nucleares de fusión y fisión, ha tenido y tiene consecuencias políticas, económicas y militares bien conocidos por todos y que constituyen un tema polémico.

Cuando un sistema no está aislado, su energía cambia, aumentando o disminuyendo en una cantidad. A partir de $\Delta E = \Delta mc^2$, podemos interpretar $\Delta m = \Delta E / c^2$ como el cambio en la masa del sistema.
Es decir aumentar la energía del sistema es equivalente a aumentar la masa inercial del mismo, este resultado se conoce a menudo como equivalencia entre masa y energía.

La energía asociada a la masa en reposo, $E = mc^2$ es la energía total de una partícula en reposo. Cuando la partícula se mueve, su energía total es mayor, y la energía adicional que esta partícula posee debido a su movimiento se define como la *energía cinética* K de la partícula. Si restamos mc^2 de la energía total de una partícula, llegamos a la definición modificada de la energía cinética de una partícula $K = E - mc^2$ o bien

$$K = E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2$$

Se puede demostrar en forma sencilla que la fórmula de la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ es solamente válida a bajas velocidades.

Cuando la velocidad de la partícula se aproxima a la velocidad de la luz, la raíz cuadrada en la ecuación se aproxima a cero y es decir $\gamma \to \infty$, la energía cinética tiende a infinito. Vemos nuevamente que ninguna partícula puede tener velocidad superior a la de la luz, pues tendría que ganar una energía cinética infinita y esto no es posible.
Tengamos presente que cuando la partícula está en reposo se tiene una cantidad de movimiento igual a cero, $p = 0$ y una energía $E = mc^2$